

Propagación de Ondas Gravitacionales en la Teoría Generalizada de Proca $SU(2)$

Avances de Trabajo de Investigación

Autor: Angie Milena Sánchez Méndez
Director Jose F. Rodríguez

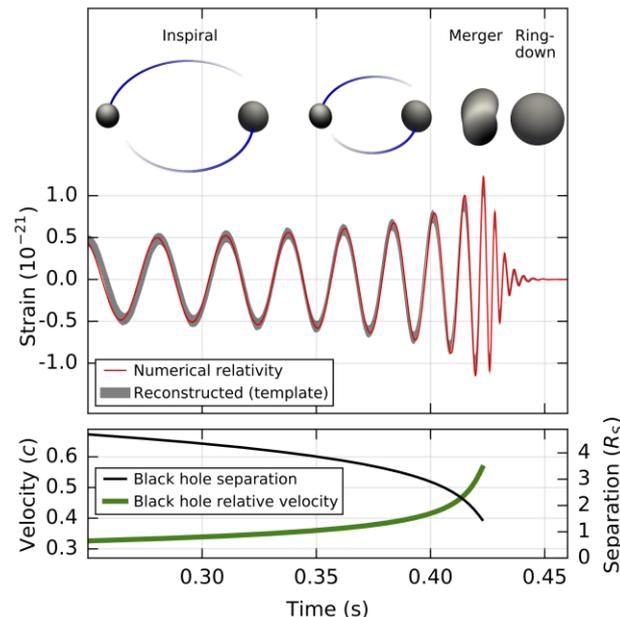




Algunos aspectos generales de las Ondas Gravitacionales:

- Las ondas gravitacionales (OG) son perturbaciones del campo gravitatorio que se propagan, “ondulaciones del espacio-tiempo” que se propagan.
- Las OGs contienen información del movimiento coherente de grandes masas compactas como agujeros negros, estrellas de neutrones.
- Las OGs se propagan (casi) sin ser perturbadas. No hay “contaminación”; sin embargo, son muy débiles y difíciles de detectar directamente.
- Las OG inducen un movimiento relativo entre marcos inerciales locales a través de la desviación geodésica:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = -R_{0i0j}^{GW} x^j = \frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}^{TT} x^j$$



Más de 90 observaciones hasta la fecha

GWTC-3: Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo during the Second Part of the Third Observing Run

R. Abbott,¹ T. D. Abbott,² F. Acernese,^{3,4} K. Ackley,⁵ C. Adams,⁶ N. Adhikari,⁷ R. X. Adhikari,¹ V. B. Adya,⁸ C. Affeldt,^{9,10} D. Agarwal,¹¹ M. Agathos,^{12,13} K. Agatsuma,¹⁴ N. Aggarwal,¹⁵ O. D. Aguiar,¹⁶ L. Aiello,¹⁷ A. Ain,¹⁸ P. Ajith,¹⁹ S. Akcay,^{13,20} T. Akutsu,^{21,22} S. Albanesi,²³ A. Allocca,^{24,4} P. A. Altin,⁸ A. Amato,²⁵ C. Anand,⁵ S. Anand,¹ A. Ananyeva,¹ S. B. Anderson,¹ W. G. Anderson,⁷ M. Ando,^{26,27} T. Andrade,²⁸ N. Andres,²⁹ T. Andrić,³⁰ S. V. Angelova,³¹ S. Ansoldi,^{32,33} J. M. Antelis,³⁴ S. Antier,³⁵ S. Appert,¹ Koji Arai,¹ Koya Arai,³⁶ Y. Arai,³⁶ S. Araki,³⁷ A. Araya,³⁸ M. C. Araya,¹ J. S. Areeda,³⁹ M. Arène,³⁵ N. Aritomi,²⁶ N. Arnaud,^{40,41} M. Arogeti,⁴² S. M. Aronson,² K. G. Arun,⁴³ H. Asada,⁴⁴ Y. Asali,⁴⁵ G. Ashton,⁵ Y. Aso,^{46,47} M. Assiduo,^{48,49} S. M. Aston,⁶ P. Astone,⁵⁰ F. Aubin,²⁹ C. Austin,² S. Babak,³⁵ F. Badaracco,⁵¹ M. K. M. Bader,⁵² C. Badger,⁵³ S. Bae,⁵⁴ Y. Bae,⁵⁵ A. M. Baer,⁵⁶ S. Bagnasco,²³ Y. Bai,¹ L. Baiotti,⁵⁷ J. Baird,³⁵ R. Bajpai,⁵⁸ M. Ball,⁵⁹ G. Ballardín,⁴¹ S. W. Ballmer,⁶⁰ A. Balsamo,⁵⁶ G. Baltus,⁶¹ S. Banagiri,⁶² D. Bankar,¹¹ J. C. Barayoga,¹ C. Barbieri,^{63,64} B. C. Barish,¹ D. Barker,⁶⁶ P. Barneo,^{67,4} B. Barr,⁶⁸ L. Barsotti,⁶¹ M. Barsuglia,³⁵ D. Barta,⁷⁰ J. Bartlett,⁶⁶ M. A. Barton,^{68,21} I. Bartos,⁷¹ R. Bassiri,⁷² A. Basti,^{73,18} M. Bawaj,^{74,75} J. C. Bayley,⁶⁸ A. C. Baylor,⁷ M. Bazzan,^{76,77} B. Bécsy,⁷⁸ V. M. Bedakihalé,⁷⁹ M. Bejger,⁸⁰ I. Belahcene,⁴⁰ V. Benedetto,⁸¹ D. Beniwal,⁸² T. F. Bennett,⁸³ J. D. Bentley,¹⁴ M. BenYaala,³¹ F. Bergamin,^{9,10} B. K. Berger,⁷² S. Bernuzzi,¹³ C. P. L. Berry,^{15,68} D. Bersanetti,⁸⁴ A. Bertolini,⁵² J. Betzwieser,⁶ D. Beveridge,⁸⁵ R. Bhandare,⁸⁶ U. Bhardwaj,^{87,52} D. Bhattacharjee,⁸⁸ S. Bhaumik,⁷¹ I. A. Bilenko,⁸⁹ G. Billingsley,¹ S. Bini,^{90,91} R. Birney,⁹² O. Birnholtz,⁹³ S. Biscans,^{1,69} M. Bischl,^{48,49} S. Biscoveanu,⁶⁹ A. Bisht,^{9,10} B. Biswas,¹¹ M. Bitossi,^{41,18} M.-A. Bizouard,⁹⁴ J. K. Blackburn,¹ C. D. Blair,^{85,6} D. G. Blair,^{85,6} R. M. Blair,⁶⁶ F. Bobba,^{95,96} N. Bode,^{9,10} M. Boer,⁹⁴ C. Boer,⁹⁴ M. Boldrin,^{97,50} L. D. Bonavara,⁷⁶ E. Bondi,⁹⁸ E. Bonilla,⁷² R. Bondana,²⁹

23 Oct 2023

SID	Event	GCN	Follow-up publications
S190408san	GW190408.181802	[436]	[437–457]
S190412m	GW190412	[458]	[437–451, 453, 455–457, 459–461]
	GW190413.052954		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
	GW190413.134308		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190421ar	GW190421.218856	[462]	[437–449, 451, 453, 455–457, 459]
	GW190424.180648		[437, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190425z	GW190425	[463]	[437–449, 451–453, 455–457, 459–461, 464–472]
S190426c	GW190426.152155	[473]	[437, 439–449, 451–453, 455–457, 459–461, 463–470, 474–477]
S190503bf	GW190503.185404	[478]	[437–444, 446, 448–451, 453, 455, 457, 459]
S190516g	GW190516	[479]	[440, 443, 444, 447, 449, 451, 455, 456, 460, 461, 466, 467, 474, 480, 481]
S190512at	GW190512.180714	[482]	[437–441, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459, 483–485]
S190513bm	GW190513.205428	[486]	[437–441, 443–449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190514.065416		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190517h	GW190517.055101	[487]	[437–444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190518bb	GW190518	[488]	
S190519b	GW190519.153544	[489]	[437–439, 441–443, 446, 448, 451, 453, 457, 459]
S190521g	GW190521	[490]	[437–449, 451, 453–455, 457, 459, 491, 492]
S190521r	GW190521.074359	[493]	[437–449, 451, 453, 455–457, 459]
S190524g	GW190527.092055	[494]	
	GW190527.092055		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190620aq	GW190602.175927	[495]	[437–444, 446, 448, 449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190620.030421		[457–459, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190630ag	GW190630.185205	[496]	[437–439, 441–443, 446, 448, 451, 453, 457, 459]
S190701ah	GW190701.203306	[497]	[437–440, 442–444, 446, 448, 449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190706ai	GW190706.222641	[498]	[437–440, 442–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190707q	GW190707.063326	[499]	[437–440, 442–444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190708.232457		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
S190718y	GW190719.215514	[500]	[440, 443, 444, 447, 449, 451, 455, 460, 461]
	GW190719.215514		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
S190720a	GW190720.000836	[501]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455–457, 459]
S190727h	GW190727.060333	[502]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190728q	GW190728.064510	[503]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455–457, 460, 483, 484, 504]
	GW190731.140936		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
	GW190803.022701		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
S190808ae	GW190814	[505]	[460]
S190814w	GW190814	[506]	[438–440, 443–448, 451, 453, 455, 456, 459–461, 470, 507–518]
S190816i	GW190816	[519]	
S190822e	GW190822	[520]	[460, 461]
S190828j	GW190828.063405	[521]	[437–440, 443–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190828l	GW190828.065509	[522]	[437–440, 443, 444, 446–448, 451, 453, 455–457, 459]
S190829u	GW190829	[523]	
S190901ap	GW190901.114149	[524]	[440, 443, 444, 447, 451, 454–456, 466, 468, 470, 510]
	GW190901.114149		[437, 446, 448, 453, 459]
S190910d	GW190910	[525]	[440, 443, 444, 447, 451, 455, 457, 468, 470]
S190910h	GW190910	[526]	[440, 443, 444, 451, 455, 457, 466, 510]
	GW190910.112807		[437, 439, 446, 453]
S190915ak	GW190915.235702	[527]	[437, 440, 443–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190923y	GW190923	[528]	[440, 443, 444, 447, 451, 454–456, 468, 470]
S190924h	GW190924.021846	[529]	[437–440, 443, 444, 446–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190928e	GW190929.012149	[530]	
	GW190929.012149		[437–439, 446, 457, 459]
S190930v	GW190930.133541	[531]	[437–440, 443–448, 451, 453, 455, 456, 459]
S190930t	GW190930	[532]	[440, 443, 444, 447, 451, 453–456, 460, 470]

Motivación:

La teoría de RG predice en cuanto a la propagación de las Ondas Gravitacionales que:

1. Se propagan a la velocidad de la luz (c);
2. Existen dos modos de polarización que se propagan a la misma velocidad.

Otras teorías métricas predicen, en general:

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2019).
- B. P. Abbott et al, et al. Physl rev, GW150914, (2016).

1. velocidades de propagación anómalas diferentes, $V_g \neq C$.
2. hasta 6 modos de polarización.
3. Las velocidades de propagación son diferentes para cada modo (birrefringencia).



- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2020).
- Clifford Will, 2013.



Formulación Linealizada de la Gravedad

En la aproximación de campo débil, se supone que el observador que se encuentra lo suficientemente lejos de la fuente para que el campo gravitacional sea débil:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1,$$

llamado “nearly Lorentz frame” (NLF).

Al considerar la transformación de coordenadas, $x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \zeta^\mu(x)$, vemos que:

$$h_{\mu\nu}(x) \rightarrow h'_{\mu\nu}(x') = h_{\mu\nu}(x) - (\partial_\mu \zeta_\nu + \partial_\nu \zeta_\mu), \quad |\partial \zeta_{\mu\nu}| \ll 1,$$

las cuales son llamadas transformaciones de gauge de la métrica.

Formulación Linealizada de la Gravedad

El tensor de Riemann lineal en $h_{\mu\nu}$

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\partial_\nu\partial_\rho h_{\mu\sigma} + \partial_\mu\partial_\sigma h_{\nu\rho} - \partial_\mu\partial_\rho h_{\nu\sigma} - \partial_\nu\partial_\sigma h_{\mu\rho}),$$

es invariante ante transformaciones de gauge.

Modos de Propagación de OG

Suponiendo una solución radiativa:

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(z - V_g t)$$

las componentes del tensor de Riemann linealizado son

Transversal-Transversal	{	$R_{zyzy} = \frac{1}{2} h''_{yy} \quad R_{zyyt} = -\frac{1}{2} V_g h''_{yy} \quad R_{ytyt} = \frac{1}{2} V^2 h''_{yy}$ $R_{zyzx} = \frac{1}{2} h''_{yx} \quad R_{zyxt} = -\frac{1}{2} V h''_{yx} = R_{zxyt} \quad R_{tytx} = \frac{1}{2} V^2 h''_{xy}$ $R_{zxzx} = \frac{1}{2} h''_{xx} \quad R_{zxxt} = -\frac{1}{2} V h''_{xx} \quad R_{xtxt} = \frac{1}{2} V^2 h''_{xx}$
Longitudinal-Transversal	{	$R_{ztyt} = \frac{1}{2} V^2 h''_{zy} - \frac{1}{2} V h''_{yt} \quad R_{ztxt} = \frac{1}{2} V^2 h''_{zx} - \frac{1}{2} V h''_{tx}$ $R_{zyzt} = \frac{1}{2} h''_{zy} - \frac{1}{2} V h''_{zt} \quad R_{zxzt} = \frac{1}{2} h''_{xt} - \frac{1}{2} V h''_{zx}$
Longitudinal-Longitudinal	{	$R_{tztz} = \frac{1}{2} V^2 h''_{zz} - V h''_{zt} + \frac{1}{2} h''_{tt}$ $R_{zyyx}, R_{zxyx}, R_{ztyx}, R_{yxxy}, R_{yxyt}, R_{yxxt} = 0$

Formulación Linealizada de la Gravedad

Si se toman las componentes del tensor de Riemann perturbado a primer orden, las ecuaciones de campo de Einstein linealizadas

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R\eta_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(-\square h_{\mu\nu} + h_{\nu}{}^{\alpha}{}_{,\mu\alpha} + h_{\mu\alpha}{}^{\prime\alpha}{}_{\nu} - h_{,\mu\nu} - h^{\alpha\beta}{}_{,\alpha\beta}\eta_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}\square h).$$

En el vacío:

$$-\square h_{\mu\nu} + h_{\nu}{}^{\alpha}{}_{,\mu\alpha} + h_{\mu\alpha}{}^{\prime\alpha}{}_{\nu} - h_{,\mu\nu} - h^{\alpha\beta}{}_{,\alpha\beta}\eta_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}\square h = 0.$$

Modos de Propagación de OG

De las propiedades de simetría del tensor de Einstein, las componentes deben cumplir las relaciones:

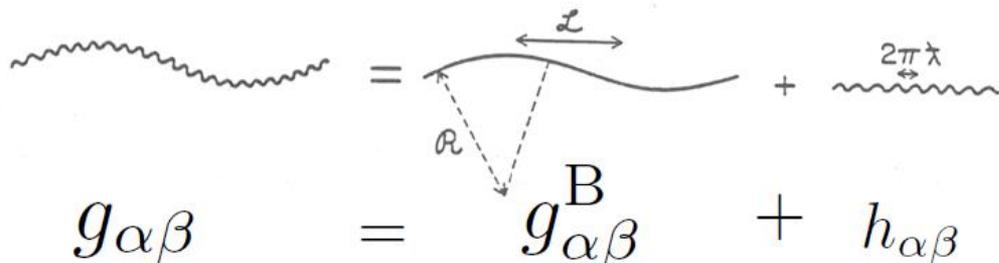
$$\begin{aligned}
 -(h_{yy}'' + h_{xx}'') + V^2 h_{zz}'' - 2Vh_{tz}'' + h_{tt}'' &= 0 & V^2 h_{zx}'' - Vh_{tx}'' &= 0 \\
 -h_{yy}'' + V^2 h_{yy}'' &= 0 & -V(h_{yy}'' + h_{xx}'') &= 0 \\
 -h_{xx}'' + V^2 h_{xx}'' &= 0 & -h_{yx}'' + V^2 h_{yx}'' &= 0 \\
 -(V^2 h_{zz}'' - 2Vh_{zt}'' + h_{tt}'') - V^2 (h_{yy}'' + h_{xx}'') &= 0 & -h_{yt}'' + Vh_{zy}'' &= 0 \\
 V^2 h_{zy}'' - Vh_{yt}'' &= 0 & -h_{xt}'' + Vh_{zx}'' &= 0
 \end{aligned}$$

Las cuales, luego de ser integradas, se reducen a:

$$\begin{aligned}
 h_{yy} + h_{xx} &= 0 \\
 (1 - V^2) (h_{yy}, h_{xx}, h_{23}) &= 0 \\
 h_{yt} &= Vh_{zy}; h_{xt} = Vh_{zx} \\
 h_{tt} - 2Vh_{zt} + V^2 h_{zz} &= 0
 \end{aligned}$$

Aproximación Eikonal

La condición de optica geométrica es válida cuando $\lambda \ll L_B$



$$g_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}^B + h_{\alpha\beta}$$

Bajo la aproximación eikonal se tiene que:

$$\bar{h}_{\mu\nu}(x) = [A_{\mu\nu}(x) + \varepsilon B_{\mu\nu}(x) + \dots] e^{i\theta(x)/\varepsilon},$$

donde ε es del orden de λ/L

Aproximación Eikonal (WKB)

De la ecuación de propagación

$$\bar{D}^\rho \bar{D}_\rho \bar{h}_{\mu\nu} = 0,$$

se obtienen las curvas perpendiculares a las superficies de fase constante

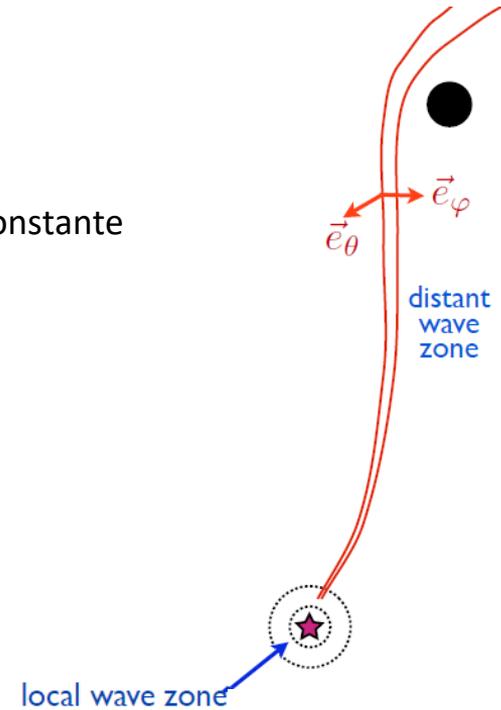
$$k_\alpha k^\alpha = 0$$

$$\bar{D}_\beta k_\alpha k^\beta = 0,$$

donde $k_\mu \equiv \partial_\mu \phi$. Además, la polarización de estas curvas es perpendicular y transportada paralelamente a ellas:

$$e_{\mu\alpha} k^\alpha = 0,$$

$$\bar{D}_\alpha e_{\mu\nu} k^\alpha = 0.$$



Teoría Generalizada de Proca SU(2)

¿Por qué modificar RG?

Aspectos fenomenológicos:

1. El problema de la materia oscura
2. El problema de la energía oscura
3. Tensión de Hubble

Aspectos Teóricos:

1. Singularidades
2. El problema de la constante cosmológica
3. Problema de renormalizabilidad y unitariedad

Teoría generalizada de Proca:

- Teoría métrica (Principio de equivalencia de Einstein).
- Grados de libertad extra vectoriales.
- Propaga el número correcto de grados de libertad.
- Las ecuaciones de campo son de segundo orden, evitando la inestabilidad de Orstrograski
- Simetría global SU(2). El grupo SU(2) es homomorfo al grupo de rotaciones SO(3).
- Triada cósmica emerge naturalmente.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_i \mathcal{L}_{4,p}^i \right)$$

Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_k \mathcal{L}_{4,p}^k \right)$$

De manera más explícita se tiene:

$$\mathcal{L}_{E-H} = \frac{1}{16\pi} R,$$

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu a} F^{\mu\nu a},$$

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{8\pi} B_{\mu a} B^{\mu a},$$

donde:

B_μ^a ,

Campos vectoriales asociados al álgebra de Lie del grupo SU(2);

$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a + \tilde{g} \varepsilon_{abc} B_\mu^b B_\nu^c$,

Tensor de Faraday no abeliano;

$A_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_\mu B_\nu^a - \nabla_\nu B_\mu^a$,

Versión abeliana de $F_{\mu\nu}^a$;

$S_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_\mu B_\nu^a + \nabla_\nu B_\mu^a$,

Versión simétrica de $A_{\mu\nu}^a$;

Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_k \mathcal{L}_{4,p}^k \right)$$

En total, se tienen 21 piezas lagrangianas que conforman la acción en esta teoría; sin embargo, para este trabajo, consideraremos 4 de ellas, con diferentes propiedades:

$$\mathcal{L}_4^1 = -B_\rho^b B_b^\rho S_\nu^{\mu a} S_{\mu a}^\nu - 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + B_\rho^b B_b^\rho S_\mu^{\mu a} S_{\nu a}^\nu + 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\mu^{\mu a} S_\nu^{\nu b},$$

$$\mathcal{L}_{4,p}^3 = B_\alpha^a B_\beta^b B_{\tau b} B_a^\tau \epsilon^{\mu\rho\sigma\beta} R_{\sigma\mu\rho}^\alpha,$$

$$\mathcal{L}_4^4 = B_\rho^b B_b^\rho B_{\sigma a} B^{\sigma a} R + 2B_{\rho b} B_a^\rho B_\sigma^b B^{\sigma a} R,$$

$$\mathcal{L}_2^6 = B_\rho^b B_b^\rho A_{\mu\nu a} A^{\mu\nu a},$$

Ecuaciones de propagación en GPSU(2)

Tomamos las perturbaciones de la métrica y de los campos vectoriales:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{(B)} + h_{\mu\nu}; \quad B_{a\mu} = B_{a\mu}^{(B)} + y_{a\mu},$$

donde las contribuciones de curvatura son NNLO. Al aplicar el principio variacional a la acción GPSU(2),

$$\varepsilon_{\mu\nu} = \frac{\delta S_{GPSU(2)}}{\delta g^{\mu\nu}} = 0, \quad \delta H_{a\mu} = \frac{\delta S_{GPSU(2)}}{\delta B^{a\mu}} = 0,$$

obtenemos las ecuaciones de campo, las cuales son perturbadas a primer orden,

en dónde se toman los términos de la forma $\nabla\nabla h_{\mu\nu}, \nabla\nabla y_{\mu a}$ leading order (L.O.) $\propto \partial^2 \psi (1/\epsilon^2)$ Este término se obtiene despreciando curvatura, las derivadas de fondo, y sustituyendo en derivadas covariantes en parciales.

El LO se obtiene al ir a un NLF (nearly Lorentz frame): realizar perturbaciones en un fondo plano, y despreciar derivadas del campo vectorial de fondo.

Terminos $g_c \nabla h_{\mu\nu} g_c \nabla k_\mu^a$ contribuyen máximo con $\partial\psi \rightarrow 1/\epsilon$.





Algunas consideraciones respecto a la aproximación WKB y el presente trabajo:

- Si no se tienen en cuenta variaciones en la amplitud, sino las velocidades de propagación de las ondas gravitacionales, fenómenos como la fricción generada por la expansión en el espacio-tiempo de FLRW no se tendrán en cuenta; es decir,

$$\left[\frac{d^2}{d\eta^2} + \hat{\nu} \frac{d}{d\eta} + \hat{C}k^2 + \hat{N}k + \hat{M} \right] \begin{pmatrix} h \\ t \end{pmatrix} = 0.$$

- Dado que la velocidad de propagación de las ondas se obtiene de manera local, por el principio de equivalencia, es indistinguible tomar un fondo como el de Minkowski o cualquier otro fondo que sea solución a las ecuaciones de campo de la teoría de gravedad en cuestión asociadas a la métrica.
- El ítem anterior no ocurre con las ecuaciones de campo asociadas a los grados de libertad adicionales.



Descomposición por helicidades para obtener modos de propagación

Se considera nuevamente la solución

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1,$$

donde, es posible afirmar que h_{00} es un escalar bajo rotaciones, h_{0i} se transforma bajo rotaciones como un vector espacial y h_{ij} como un tensor espacial.

De este modo, se puede utilizar el hecho de que un campo vectorial se puede descomponer en una parte transversal y una longitudinal, gracias al *teorema de Helmholtz*, tal que, la perturbación se puede expresar como:

$$\begin{aligned} h_{00} &= 2\psi, & \partial_i \beta^i &= 0, \\ h_{0i} &= \beta_i + \partial_i \gamma, & \partial_i \epsilon^i &= 0, \\ h_{ij} &= -2\phi \delta_{ij} + \left(\partial_i \partial_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \nabla^2 \right) \lambda + \frac{1}{2} (\partial_i \epsilon_j + \partial_j \epsilon_i) + h_{ij}^{\text{TT}}, & \partial^j h_{ij}^{\text{TT}} &= 0, \\ & & \delta^{ij} h_{ij}^{\text{TT}} &= 0. \end{aligned} \quad \Rightarrow$$

Descomposición por helicidades para obtener modos de propagación

Los modos son:

1. Modo tensorial
2. Modo escalar
3. Modo vectorial

Formalismo de Newman-Penrose

El puente entre el tensor métrico y la tétrada puede también ser establecido a través de una tétrada nula compleja. Ambas estrategias están relacionadas, esto debido a que cualquier tétrada ortonormal $\{e^{(a)}\}$ define una tétrada nula

$$\{\Omega^{(a)}\} = \{l, n, m, \bar{m}\},$$

construida de la forma

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 0, 1), \quad n = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 0, 0, 1)$$

$$m = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0), \quad \bar{m} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0),$$

bajo las condiciones

$$l \cdot l = n \cdot n = m \cdot m = \bar{m} \cdot \bar{m} = 0,$$

$$l \cdot n = -m \cdot \bar{m} = 1,$$

$$l \cdot m = n \cdot \bar{m} = 0;$$

tal que

$$\mathbf{g} = l \otimes n + n \otimes l - m \otimes \bar{m} - \bar{m} \otimes m.$$

Clasificación E(2)

Se definen 6 amplitudes asociadas a 6 modos de polarización

$$\Psi_2(u) = -\frac{1}{6}R_{z0z0}(u),$$

$$\Psi_3(u) = -\frac{1}{2}R_{x0z0} + \frac{1}{2}iR_{y0z0},$$

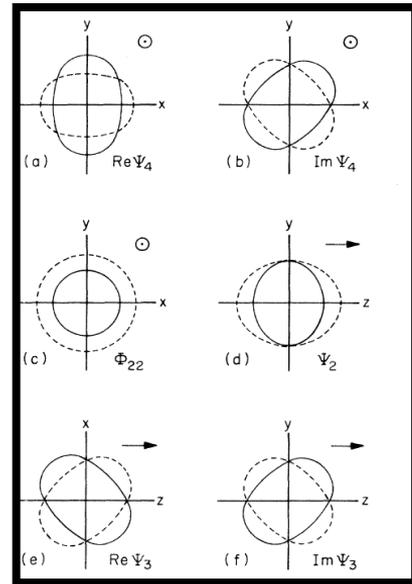
$$\Psi_4(u) = -R_{x0x0} + R_{y0y0} + 2iR_{x0y0},$$

$$\Phi_{22}(u) = -R_{x0x0} - R_{y0y0}.$$

Cada amplitud tiene sus helicidades asociadas

$$\Psi_2(u) \quad (s = 0), \quad \Phi_{22}(u) \quad (s = 0),$$

$$\Psi_3(u) \quad (s = \pm 1), \quad \Psi_4(u) \quad (s = \pm 2).$$



Modos de polarización predichos en teorías de gravedad.

- Eardley, Douglas M., et al. Phys Rev (1973)

Clasificación E(2)

Se definen las clases de ondas gravitacionales en términos de la proyección del tensor de Riemann sobre las tétradas nulas:

invariant E(2) classes of waves (Notation is explained in Sec. III):

Class II₆. $\Psi_2 \neq 0$. All standard observers measure the same nonzero amplitude in the Ψ_2 mode. (But the presence or absence of all other modes is observer-dependent.)

Class III₅. $\Psi_2 \equiv 0 \neq \Psi_3$. All standard observers measure the absence of Ψ_2 and the presence of Ψ_3 . (But the presence or absence of Ψ_4 and Φ_{22} is observer-dependent.)

Class N₃. $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$; $\Psi_4 \neq 0 \neq \Phi_{22}$. Presence or absence of all modes is independent of observer.

Class N₂. $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$; $\Psi_4 \neq 0 \equiv \Phi_{22}$. Independent of observer.

Class O₁. $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$; $\Psi_4 \equiv 0 \neq \Phi_{22}$. Independent of observer.

Class O₀. $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$; $\Psi_4 \equiv 0 \equiv \Phi_{22}$. Independent of observer. All standard observers measure no wave.

Clasificación E(2)

El tensor de Weyl está descrito por 5 escalares complejos

$$\Psi_0 = \frac{1}{4}(V-1)^2 [(\ddot{h}_{xx} - \ddot{h}_{yy}) - 2i\ddot{h}_{xy}]$$

$$\Psi_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4}(V-1) [(V\ddot{h}_{xz} + \dot{h}_{tx}) - i(V\dot{h}_{yz} + h_{ty})]$$

$$\Psi_2 = \frac{1}{4}(V^2\ddot{h}_{zz} + 2V\ddot{h}_{tz} + \ddot{h}_{tt})$$

$$\Psi_3 = \frac{\sqrt{2}}{8}(V+1) [(V\ddot{h}_{xz} + \ddot{h}_{tx}) - i(V\ddot{h}_{yz} + \ddot{h}_{ty})]$$

$$\Psi_4 = \frac{1}{16}(V+1)^2 [(\ddot{h}_{xx} - \ddot{h}_{yy}) - 2i\ddot{h}_{xy}]$$

Onda propagándose en dirección positiva z con $V = 1$, $\Psi_0 =$, $\Psi_1 =$, $\Psi_2 =$, $\Psi_3 = 0$, $\Psi_4 = \frac{1}{2}(\ddot{h}_+ - i\ddot{h}_\times)$

Determinación de las velocidades en GPSU₂

1. Se considera un fondo homogéneo isótropo de FLRW:

$$g = \begin{pmatrix} -a(\eta)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a(\eta)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(\eta)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(\eta)^2 \end{pmatrix}$$

Para los modos transversal-transversal o helicidad 2, tenemos

$$g = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+(\eta, \mathbf{z})a(\eta) & h_\times(\eta, z)a(\eta) & 0 \\ 0 & h_\times(\eta, z)a(\eta) & -h_+(\eta, z)a(\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_+(\eta, \mathbf{z})a(\eta) & y_\times(\eta, z)a(\eta) & 0 \\ 0 & y_\times(\eta, z)a(\eta) & -y_+(\eta, z)a(\eta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Determinación de las velocidades en GPSU₂

1. Se han determinado las velocidades de propagación, en cada uno de los lagrangianos propuestos asociado a la helicidad 2:

$$\mathcal{L}_4^1 = -B_\rho^b B_b^\rho S_\nu^{\mu a} S_{\mu a}^\nu - 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + B_\rho^b B_b^\rho S_\mu^{\nu a} S_{\nu a}^\mu + 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\mu^{\nu a} S_\nu^{\mu b}, \quad \text{No es lumínica}$$

$$C = \begin{pmatrix} -\frac{(1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2)(1+60\alpha 1\varphi(\eta)^4)}{1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2+40\alpha 1\varphi(\eta)^4} & -\frac{200\alpha 1^2\varphi(\eta)^6 a(\eta)}{1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2+40\alpha 1\varphi(\eta)^4} \\ -\frac{200\alpha 1^2\varphi(\eta)^6}{(1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2+40\alpha 1\varphi(\eta)^4)a(\eta)} & -\frac{(1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2)(1+40\alpha 1\varphi(\eta)^4)}{1+5\alpha 1\varphi(\eta)^2+40\alpha 1\varphi(\eta)^4} \end{pmatrix}$$

Determinación de las velocidades en GPSU₂

1. Se han determinado las velocidades de propagación, en cada uno de los lagrangianos propuestos asociado a la helicidad 2:

$$\mathcal{L}_4^1 = -B_\rho^b B_b^\rho S_\nu^{\mu a} S_{\mu a}^\nu - 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + B_\rho^b B_b^\rho S_\mu^{\nu a} S_{\nu a}^\mu + 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\mu^{\nu a} S_\nu^{\mu b}$$

No es lumínica

$$\mathcal{L}_4^4 = B_\rho^b B_b^\rho B_{\sigma a} B^{\sigma a} R + 2B_{\rho b} B_a^\rho B_\sigma^b B^{\sigma a} R$$

Es lumínica

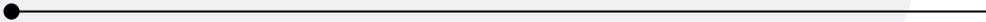
$$\mathcal{L}_2^6 = B_\rho^b B_b^\rho A_{\mu\nu a} A^{\mu\nu a},$$

Es lumínica

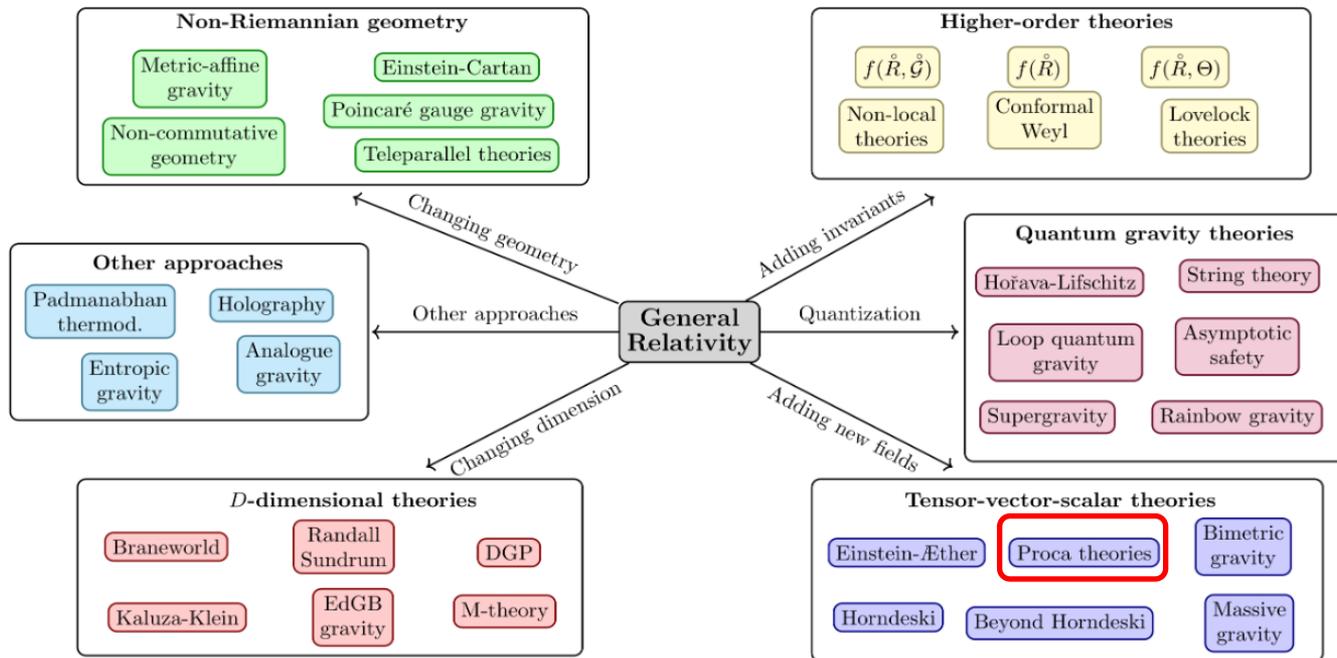
$$\mathcal{L}_{4,p}^3 = B_\alpha^a B_\beta^b B_{\tau b} B_a^\tau \epsilon^{\mu\rho\sigma\beta} R_{\sigma\mu\rho}^\alpha$$

Es lumínica

GRACIAS.



Teorías Modificadas de la Gravedad



Marco Teórico: Formulación Linealizada de la Gravedad

En la aproximación de campo débil, suponemos que existe un sistema de referencia en donde

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1,$$

el cual, bajo una transformación de gauge

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \zeta^\mu(x),$$

vemos que

$$h_{\mu\nu}(x) \rightarrow h'_{\mu\nu}(x') = h_{\mu\nu}(x) - (\partial_\mu \zeta_\nu + \partial_\nu \zeta_\mu),$$

donde $|\partial_\mu \zeta_\nu|$ sea como máximo de igual orden que $|h_{\mu\nu}|$.

Solución de onda en el gauge TT

$$h_{ij}^{\text{TT}}(x) = e_{ij}(\mathbf{k})e^{ikx}$$

donde

$$k^\mu = (\omega/c, \mathbf{k}) \text{ and } \omega/c = |\mathbf{k}|$$

Introducción: Primera observación directa de OG

first direct detection of gravitational waves (GW) and first direct observation of a black hole binary

observed by	LIGO L1, H1	duration from 30 Hz	~ 200 ms
source type	black hole (BH) binary	# cycles from 30 Hz	~10
date	14 Sept 2015	peak GW strain	1×10^{-21}
time	09:50:45 UTC	peak displacement of interferometers arms	± 0.002 fm
likely distance	0.75 to 1.9 Gly 230 to 570 Mpc	frequency/wavelength at peak GW strain	150 Hz, 2000 km
redshift	0.054 to 0.136	peak speed of BHs	~ 0.6 c
signal-to-noise ratio	24	peak GW luminosity	3.6×10^{31} erg s ⁻¹
false alarm prob.	< 1 in 5 million	radiated GW energy	2.5-3.5 M _⊙
false alarm rate	< 1 in 200,000 yr	remnant ringdown freq.	~ 250 Hz
Source Masses	M _⊙	remnant damping time	~ 4 ms
total mass	60 to 70	remnant size, area	180 km, 3.5×10^5 km ²
primary BH	32 to 41	consistent with general relativity?	passes all tests performed
secondary BH	25 to 33	graviton mass bound	< 1.2×10^{-22} eV
remnant BH	58 to 67	coalescence rate of binary black holes	2 to 400 Gpc ⁻³ yr ⁻¹
mass ratio	0.6 to 1	online trigger latency	~ 3 min
primary BH spin	< 0.7	# offline analysis pipelines	5
secondary BH spin	< 0.9	CPU hours consumed	~ 50 million (=20,000 PCs run for 100 days)
remnant BH spin	0.57 to 0.72	papers on Feb 11, 2016	13
signal arrival time delay	arrived in L1 7 ms before H1	# researchers	~1000, 80 institutions in 15 countries
likely sky position	Southern Hemisphere		
likely orientation resolved to	face-on/off ~600 sq. deg.		

Detector noise introduces errors in measurement. Parameter ranges correspond to 90% credible bounds.
 Acronyms: L1=LIGO Livingston, H1=LIGO Hanford; Gly=giga lightyear= 9.46×10^{17} km; Mpc=mega parsec=3.2 million lightyear, Gpc=10³Mpc, fm=femtometer= 10^{-15} m, M_⊙=1 solar mass= 2×10^{30} kg

Abbott, Benjamin P., et al.
 "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger." *Physical review letters* 116.6 (2016): 061102.

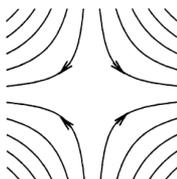
Marco Teórico: Interacción entre masas y OG

Las OG inducen un movimiento relativo entre marcos inerciales locales a través de la desviación geodésica.

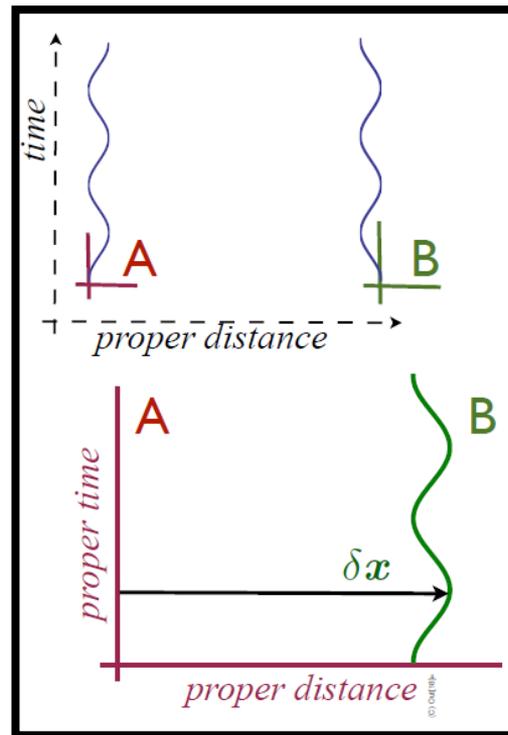
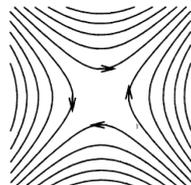
$$R_{i0j0} = -\frac{1}{2c^2} \ddot{h}_{ij}^{\text{TT}}$$

$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}^{\text{TT}} \xi^j$$

Polarización +



Polarización x



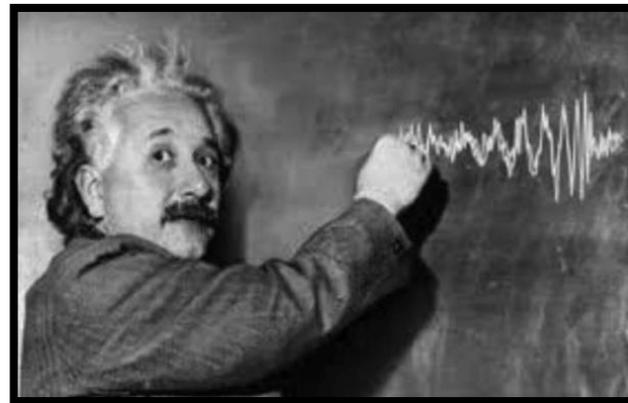


Teoría de la Relatividad General

La teoría (RG) enuncia:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu},$$

Einstein, Albert (1915).



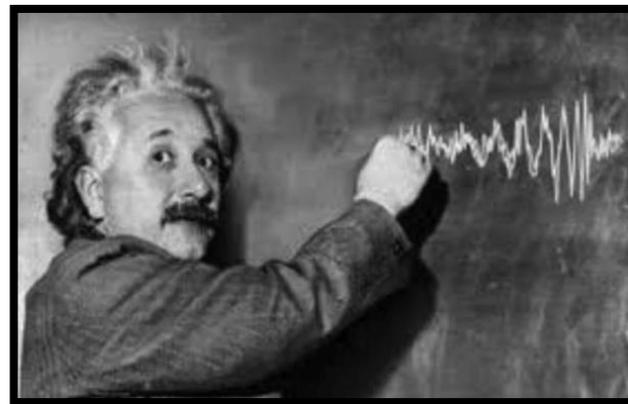


Teoría de la Relatividad General

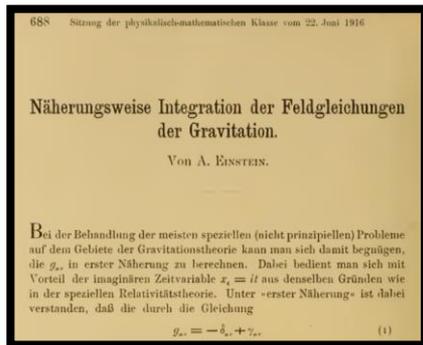
La teoría (RG) enuncia:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu},$$

Einstein, Albert (1915).



se deriva:



“De esto se deduce que los campos gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz.”

Einstein, Albert. "Über gravitationswellen." *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* (1918).



Motivación:

La 1. Ya se comprobó experimentalmente.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

Algunas teorías de Horndeski y más allá de Horndeski quedaron desfavorecidas ante esta observación.

	$c_g = c$	$c_g \neq c$
Horndeski	General Relativity quintessence/k-essence [47] Brans-Dicke/ $f(R)$ [48, 49] Kinetic Gravity Braiding [51]	quartic/quintic Galileons [13, 14] Fab Four [15] de Sitter Horndeski [50] $G_{\mu\nu}\phi^\mu\phi^\nu$ [5], $f(\phi)$ -Gauss-Bonnet [53]
beyond H.	Derivative Conformal (19) [17] Disformal Tuning (21) quadratic DHOST with $A_1 = 0$	quartic/quintic GLPV [18] quadratic DHOST [20] with $A_1 \neq 0$ cubic DHOST [23]
	Viable after GW170817	Non-viable after GW170817

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2017).



Motivación:

La 1. Ya se comprobó experimentalmente.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

Algunas teorías de Horndeski y más allá de Horndeski quedaron desfavorecidas ante esta observación.

	$c_g = c$	$c_g \neq c$
Horndeski	General Relativity quintessence/k-essence [47] Brans-Dicke/ $f(R)$ [48, 49] Kinetic Gravity Braiding [51]	quartic/quintic Galileons [13, 14] Fab Four [15] de Sitter Horndeski [50] $G_{\mu\nu}\phi^\mu\phi^\nu$ [5], $f(\phi)$ -Gauss-Bonnet [53]
beyond H.	Derivative Conformal (19) [17] Disformal Tuning (21) quadratic DHOST with $A_1 = 0$	quartic/quintic GLPV [18] quadratic DHOST [20] with $A_1 \neq 0$ cubic DHOST [23]
	Viable after GW170817	Non-viable after GW170817

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2017).



¡Queremos poner a prueba la teoría Generalizada de Proca SU(2)!

Motivación:

La teoría de RG predice en cuanto a la propagación de las Ondas gravitacionales que:

1. Se propagan a la velocidad de la luz;
2. Existen dos modos que se propagan a la misma velocidad.

- Eardley, Douglas M., et al. Phys Rev (1973)
- Will, Clifford M. Theory and experiment in gravitational physics. Cambridge university press (2018).

1. Ya se comprobó experimentalmente en un fondo de FLRW.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

2. No es descartable hasta el momento.

3. Serviría como muestra de la necesidad de modificar la teoría de RG.

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2020).



Preliminar

Partimos de las ecuaciones de campo de RG:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad \Rightarrow$$

La teoría es invariante bajo difeomorfismos generales



$$x^\mu \rightarrow x'^\mu(x).$$

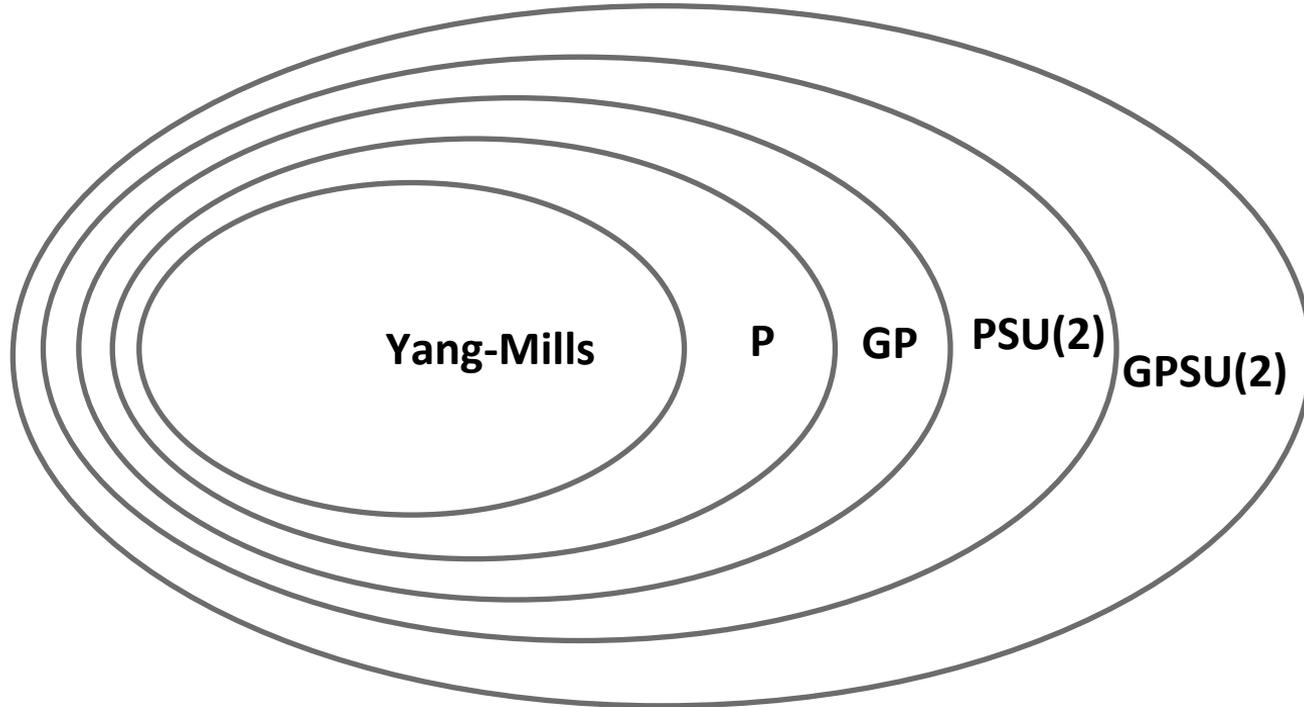
De esto se demuestra que las componentes de la métrica transforman como:

$$g_{\mu\nu}(x) \rightarrow g'_{\mu\nu}(x') = \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\nu} g_{\rho\sigma}(x).$$

Marco teórico: Teorías Vector-Tensor

Hornsdeski

2
2



Formulación Linealizada de la Gravedad

- 1. Singularidades:** La teoría de Relatividad general las predice.
- 2. El problema de la constante cosmológica:** La constante cosmológica Λ que busca describir la materia oscura posee problemas de ajuste fino.
- A3. Problema de renormalizabilidad y unitariedad :** La teoría de RG no es renormalizable perturbativamente.

Descomposición por helicidades para obtener modos de propagación

Bajo una transformación de fourier:

$$f(\mathbf{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \tilde{f}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}},$$

se obtiene la correspondencia:

$$\begin{aligned} \partial_i &\leftrightarrow ik_i, \\ \tilde{h}_{0i}(\mathbf{k}) &= \tilde{\beta}_i(\mathbf{k}) + ik_i \tilde{\gamma}(\mathbf{k}), \end{aligned}$$

donde $\mathbf{k} \cdot \tilde{\beta}(\mathbf{k}) = 0$. Esto se puede relacionar con una descomposición en representaciones irreducibles del grupo $SO(2)$ de rotaciones alrededor de un eje fijo \mathbf{k} . Estas representaciones están etiquetadas por la helicidad h .

Específicamente, lo modos son:

1. Modo tensorial
2. Modo escalar
3. Modo vectorial

Evolución de las ondas gravitacionales

Del Sistema de ecuaciones

$$\left[\frac{d^2}{d\eta^2} + \hat{\nu} \frac{d}{d\eta} + \hat{C}k^2 + \hat{N}k + \hat{M} \right] \begin{pmatrix} h \\ t \end{pmatrix} = 0$$

Nos centramos en la matriz de velocidades C , pues sus autovalores corresponden a las velocidades de fase según la ecuación de movimiento elegida junto con los modos de polarización.