

Pierre Pujol  
**Laboratoire de Physique Théorique**  
Université Paul Sabatier, Toulouse

# Dos ejemplos de sistemas complejos en el magnetismo

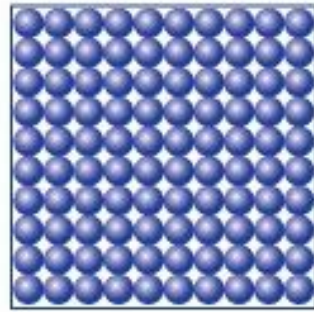
LA-CoNGA Network school, Paris

Diciembre 2023

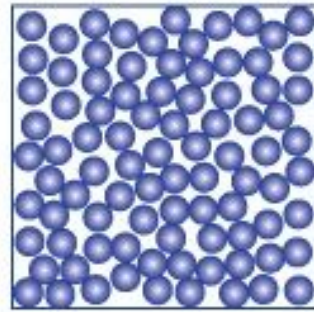
## Plano del curso:

- Ejemplo con el caso del magnetismo, fases ordenadas
- Texturas topológicas
- Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

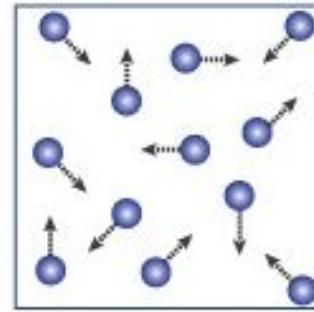
# Clasificación de las fases (los estados) de la materia y transiciones de fase



Solid



Liquid

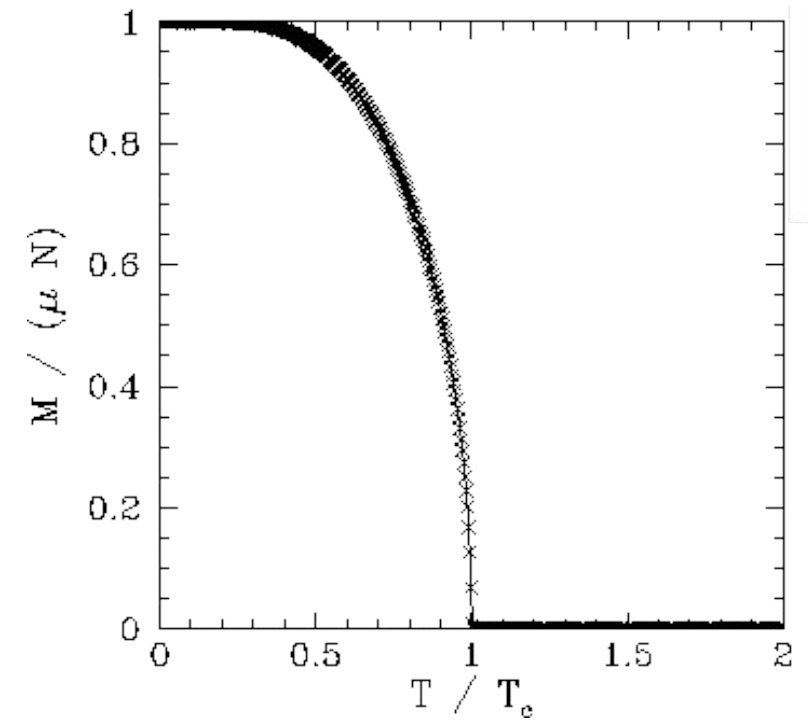
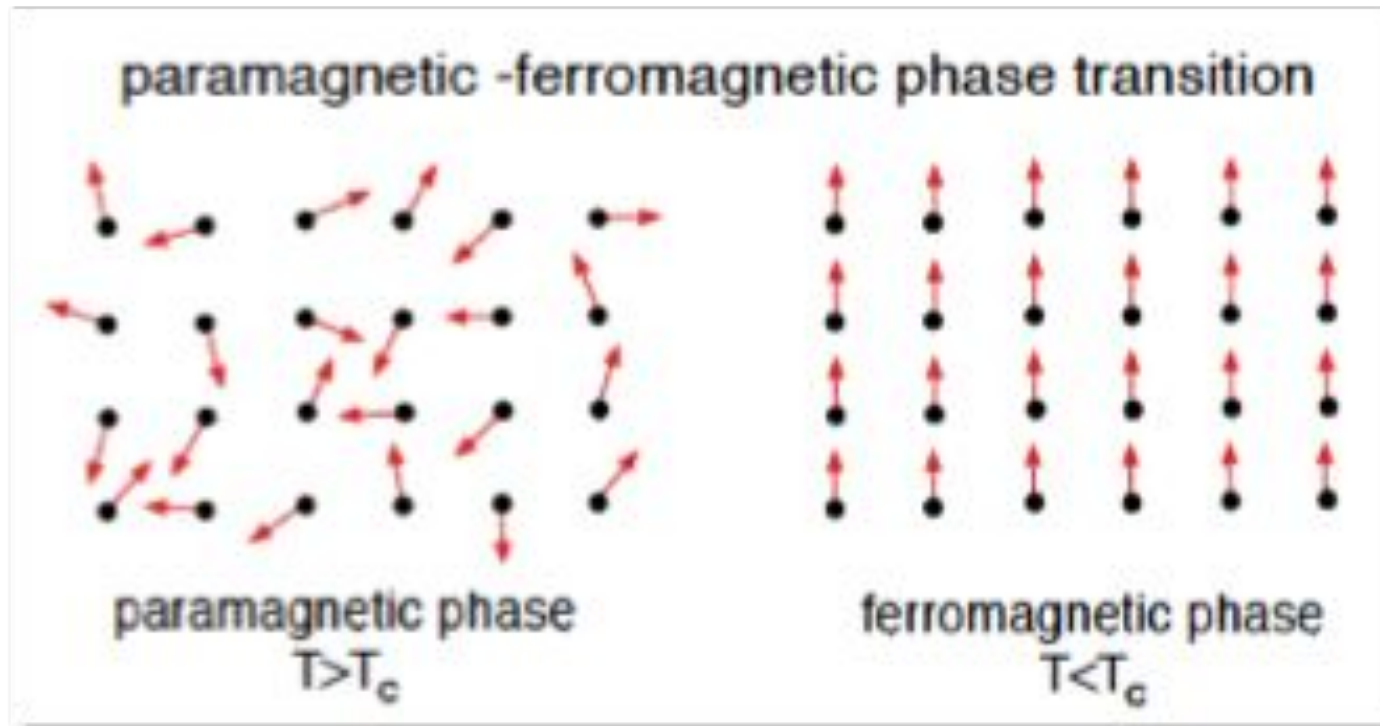


Gas

© The University of Waikato Te Whare Wānanga o Waikato | [www.sciencelearn.org.nz](http://www.sciencelearn.org.nz)

- Fenómeno colectivo
- Se distinguen las fases por la simetrías (aquí de traslación)

# El caso del magnetismo

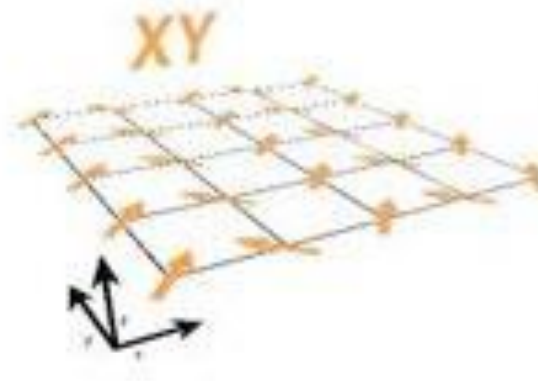


## El caso del magnetismo

Los grupos de simetría y la(s) ruptura(s) de  
simetría



$Z_2$



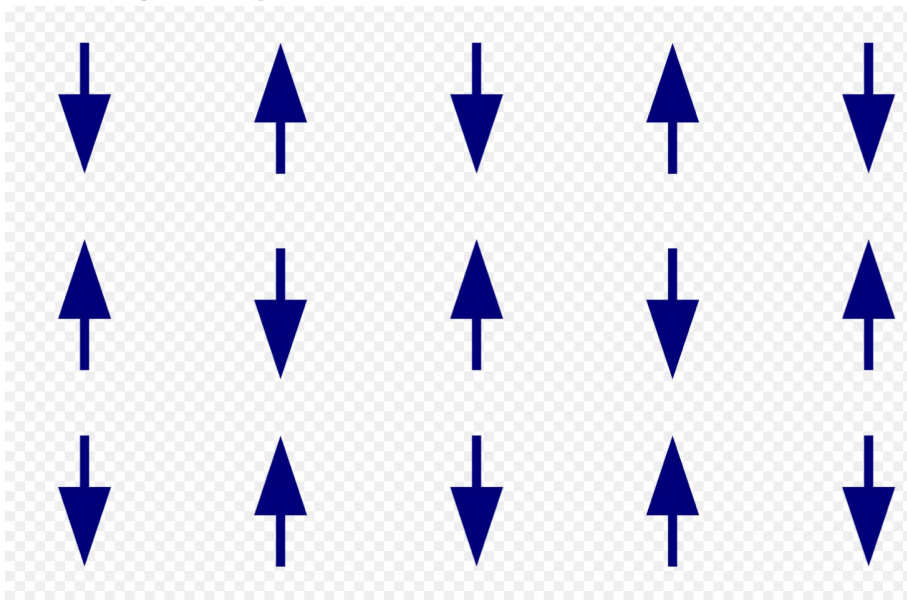
$SO(2)$



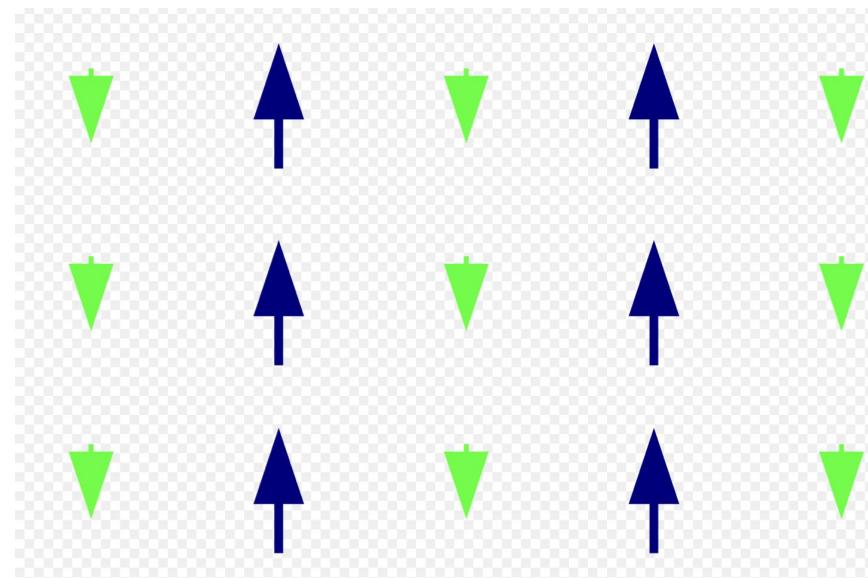
$SO(3)$

# El caso del magnetismo Y también

## Antiferromagnetismo



## Ferrimagnetismo

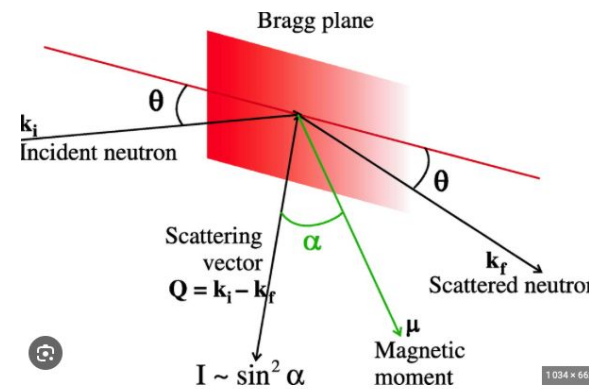
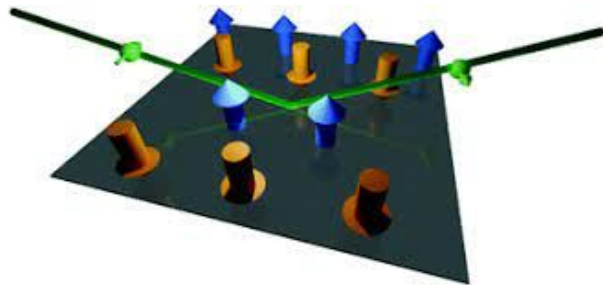


## El caso del magnetismo

Lo que se puede medir :

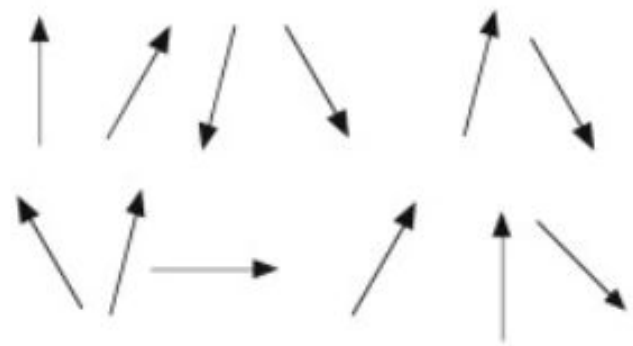
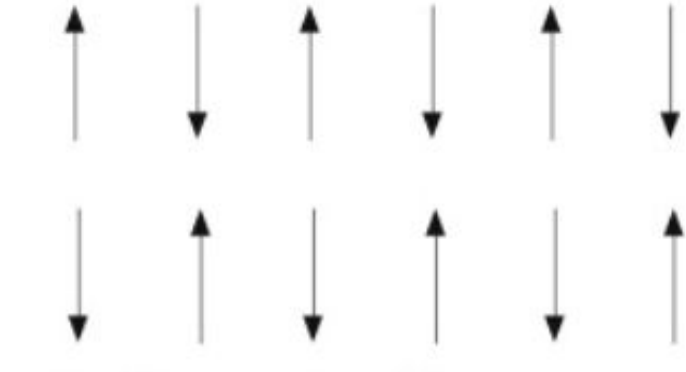
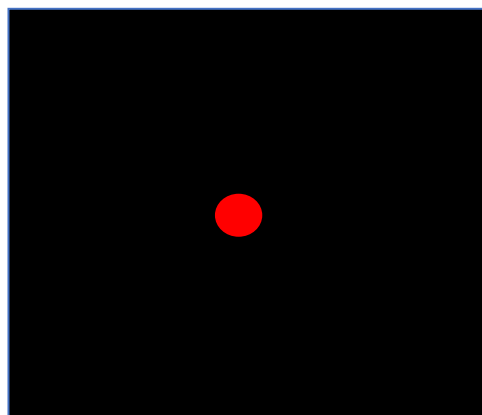
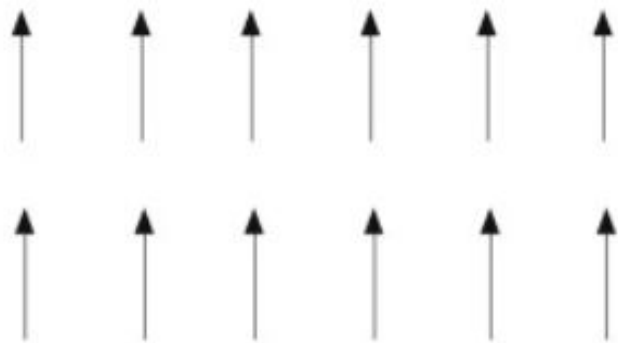
- Magnetización  $M$
- Susceptibilidad magnética  $\chi$
- Calor específico  $C$
- Factor de estructura : la transformada de Fourier de la función de

Correlación 
$$S(\vec{q}) = \int d\vec{r} \langle \mathbf{s}(\vec{r}) \cdot \mathbf{s}(\vec{0}) \rangle e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}}$$



El caso del magnetismo Y también Antiferromagnetismo Desordenado

Ferromagnetismo

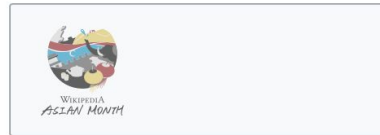




# Texturas



Artículo **Discusión**



## Topología

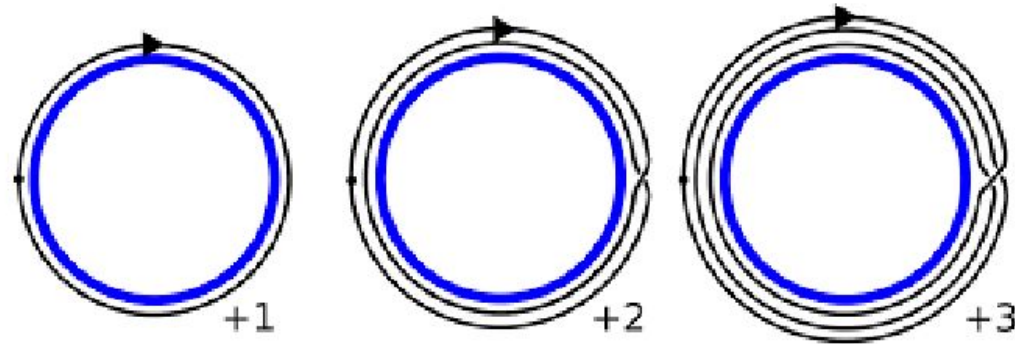
(Redirigido desde «Topologia»)

La **topología** (del **griego** τόπος, 'lugar', y λόγος, 'estudio') es la rama de las **matemáticas** dedicada al estudio de aquellas propiedades de los **cuerpos geométricos** que permanecen inalteradas por transformaciones continuas.<sup>1</sup> Es una disciplina que estudia las propiedades de los

En topología, dos objetos son equivalentes en un sentido mucho más amplio. Han de tener el mismo número de *trozos*, *huecos*, *intersecciones*, etc. En topología está permitido doblar, estirar, encoger, retorcer, etc., los objetos, pero siempre que se haga sin romper ni separar lo que estaba unido, ni pegar lo que estaba separado. Por ejemplo, un triángulo

Homotopy groups :

$$\pi_1(S^1) = \mathbb{Z}$$

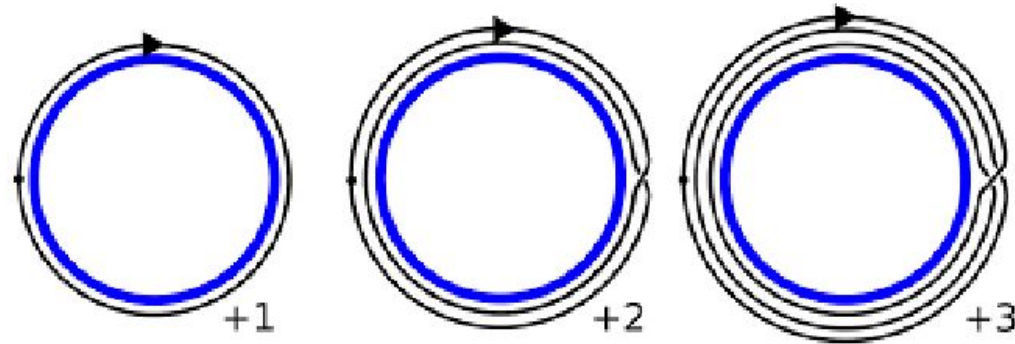


$$t \in [0, 1] ; \kappa(t) = (\cos \varphi(t), \sin \varphi(t)) ; \kappa(0) = \kappa(1)$$

$$n = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 dt \frac{d\varphi}{dt}$$

Homotopy groups :

$$\pi_1(S^1) = \mathbb{Z}$$



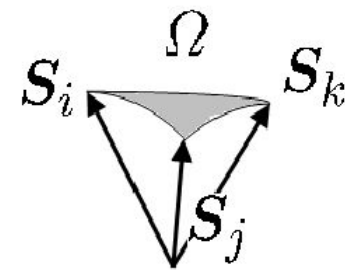
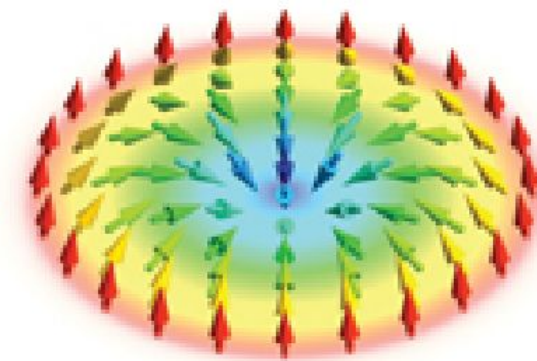
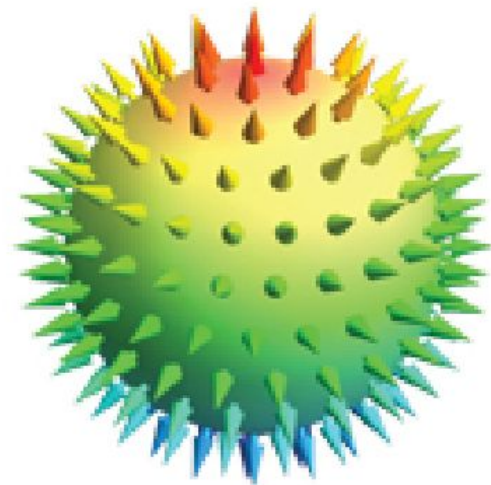
$$t \in [0, 1] ; \mathcal{K}(t) = (\cos \varphi(t), \sin \varphi(t)) ; \mathcal{K}(0) = \mathcal{K}(1)$$

$$n = \frac{1}{2\pi} \int_0^1 dt \left( \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \cdot \vec{e}_z$$

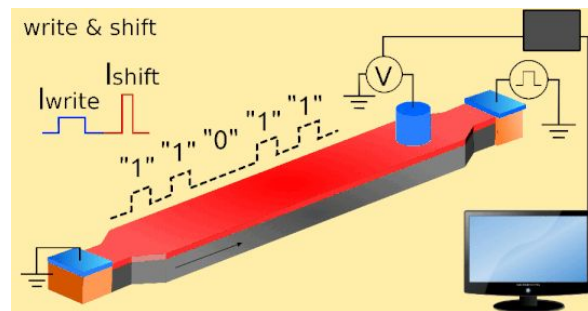
# Texturas topológicas

## Skyrmions

$$\pi_2(S^2) = \mathbb{Z}$$

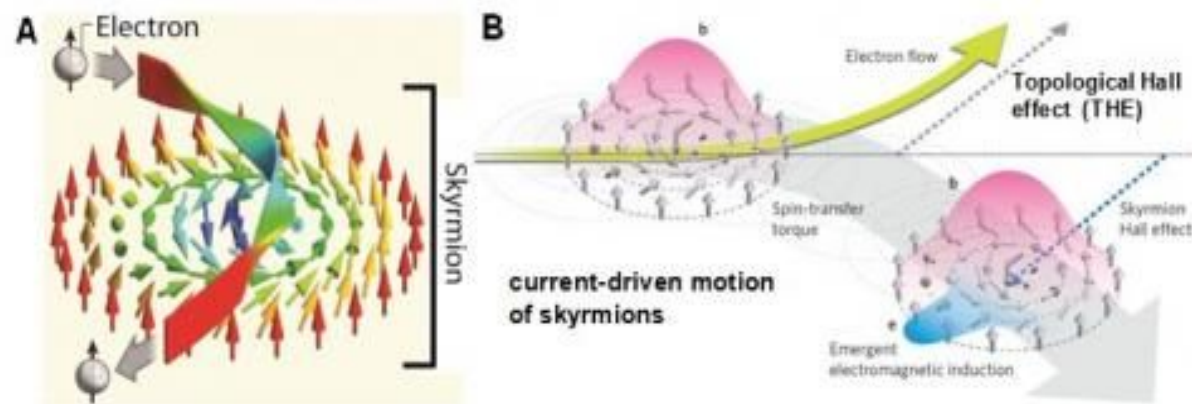


$$n = \frac{1}{4\pi} \int dx dy \mathcal{M} \cdot \left( \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial y} \right)$$

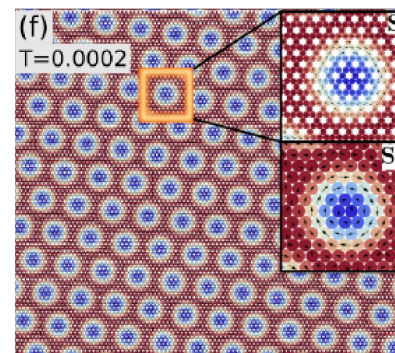
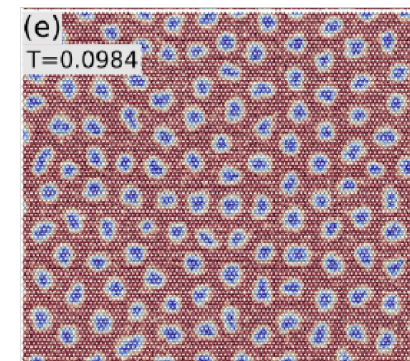
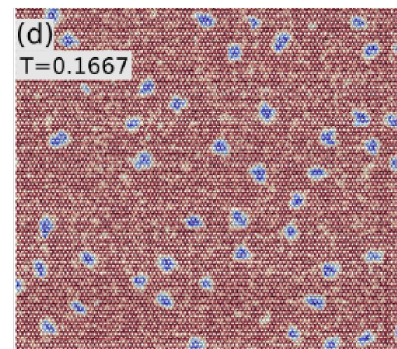
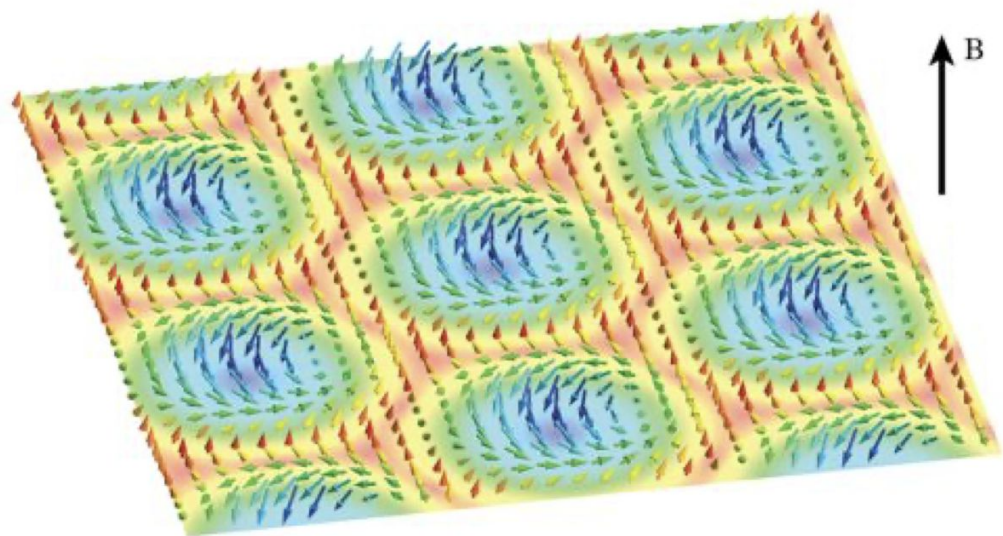


Bit de memoria magnética  
« transportable »

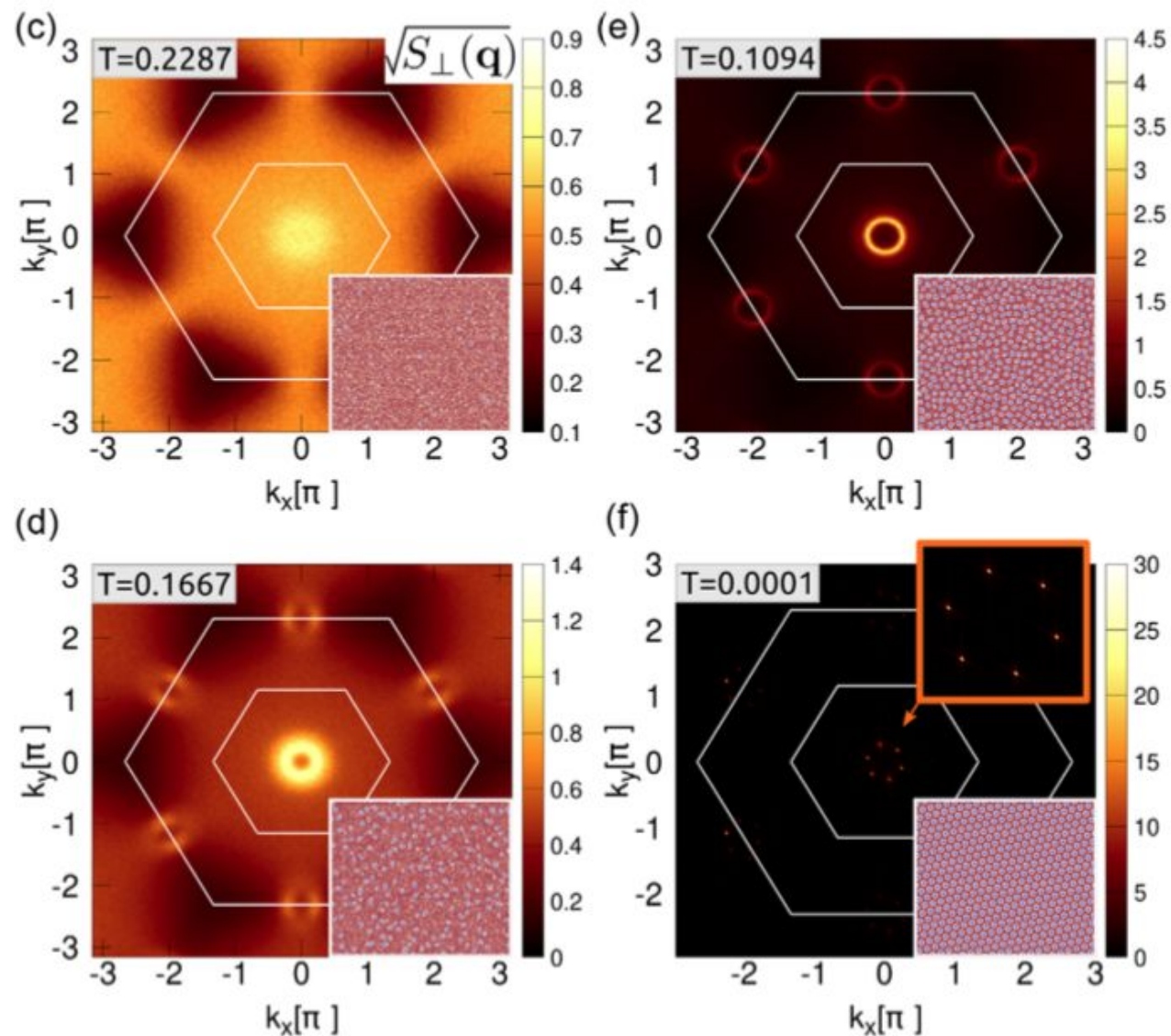
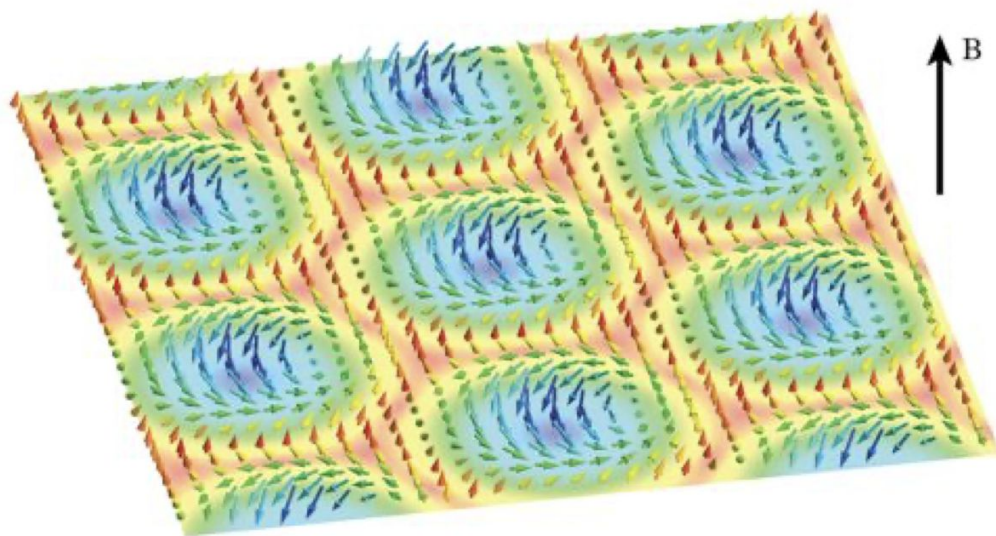
Efecto Hall anómalo o  
topológico



# Texturas topológicas Skyrmions



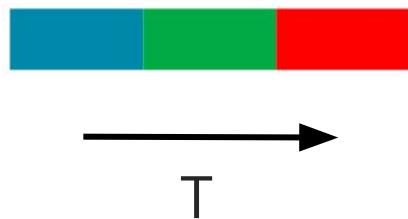
Con F. Gómez-Albarracín, L. Jaubert y D. Rosales



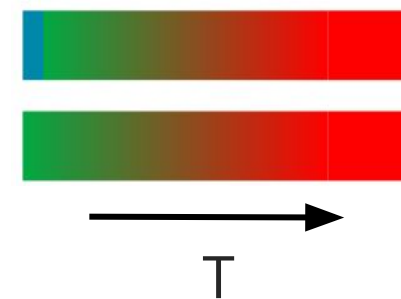
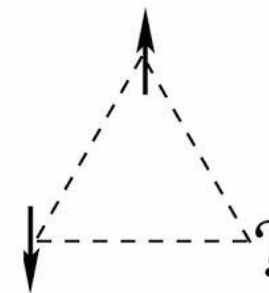
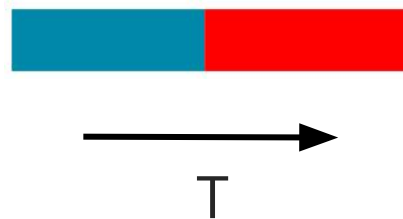
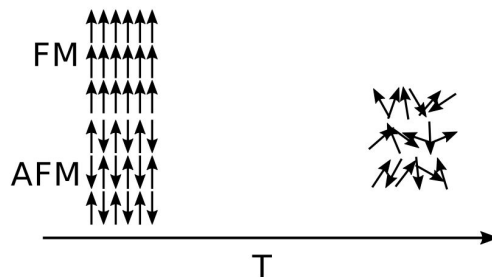
Con F. Gómez-Albarracín, L. Jaubert y D. Rosales

# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Diferentes fases de la materia



...en magnetismo (MC)

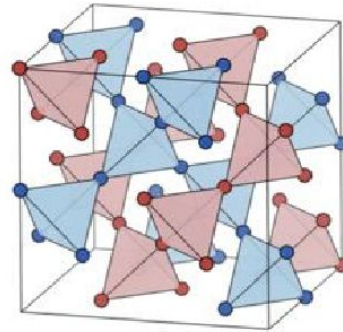




# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

## Los compuestos de tipo “spin ice” (Anderson 1956)

rare-earth oxides

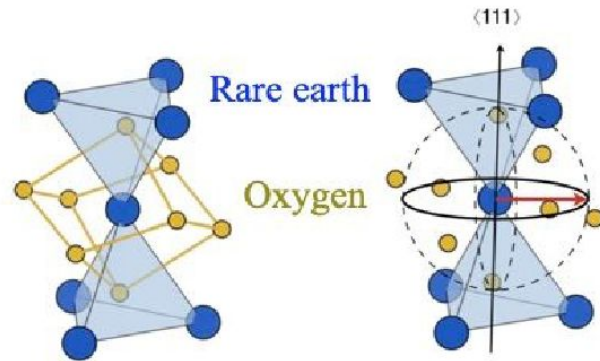


Hallas, Gaudet & Gaulin, ARCMP (2018)

$(R^{3+})_2 (M^{4+})_2 O_7$

H																	He
Li	Be											B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg											Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu
Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr



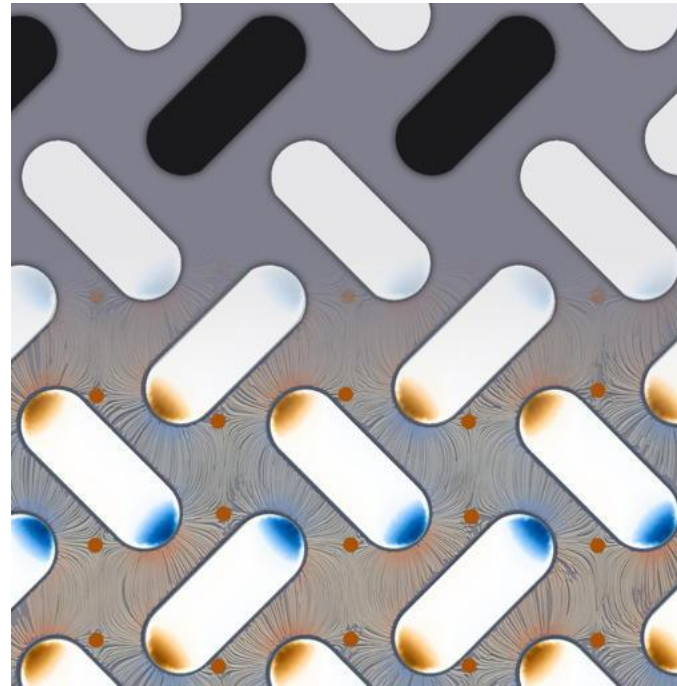
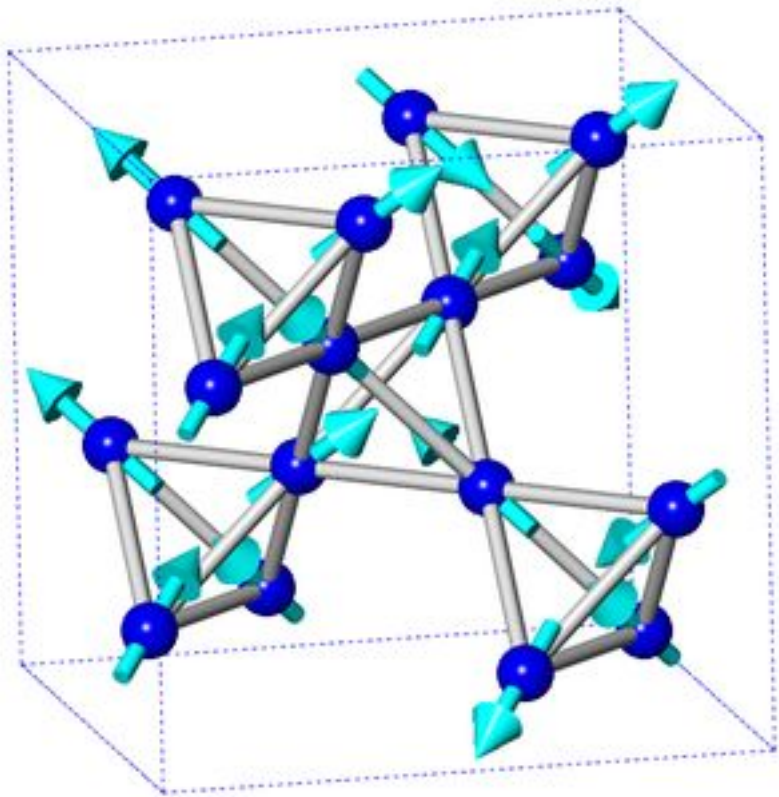
Strong spin-orbit coupling

single crystal



Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Los compuestos de tipo  
“spin ice” (Anderson 1956)



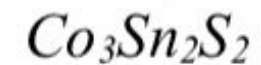
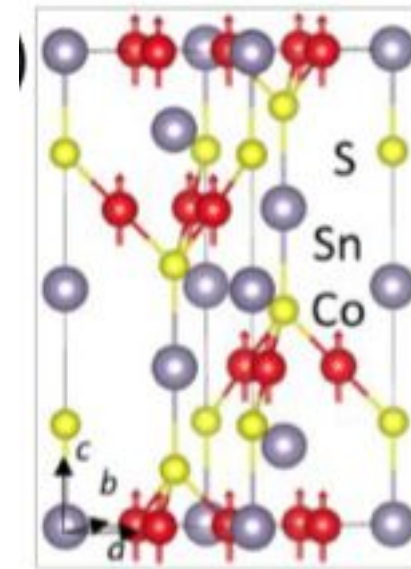
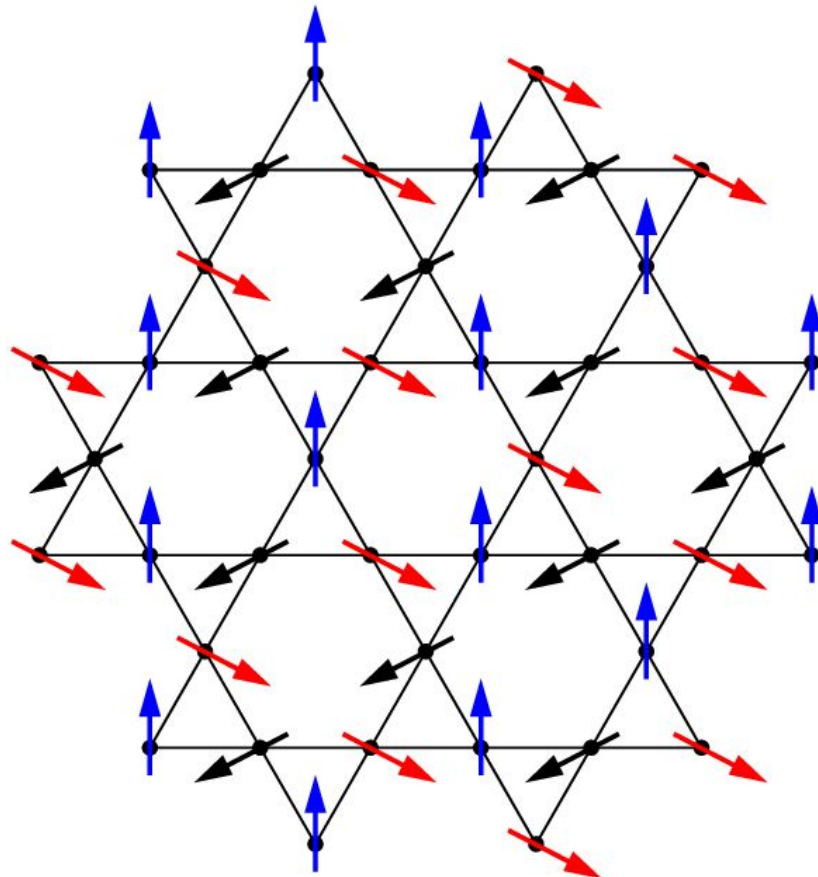
Entropía de Pauling:

$$S = k_B \ln(W)$$

$$W \sim (3/2)^N$$

Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

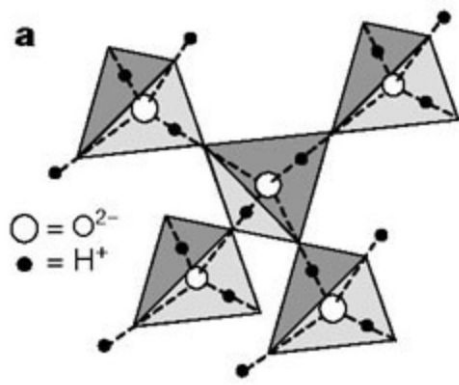
O el AF en la red de kagome



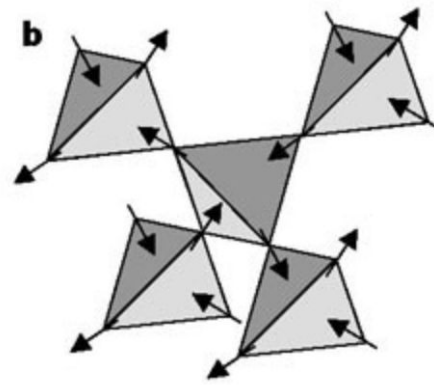
# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Los compuestos de tipo “spin ice”:  
Ley de Gauss y factor de estructura

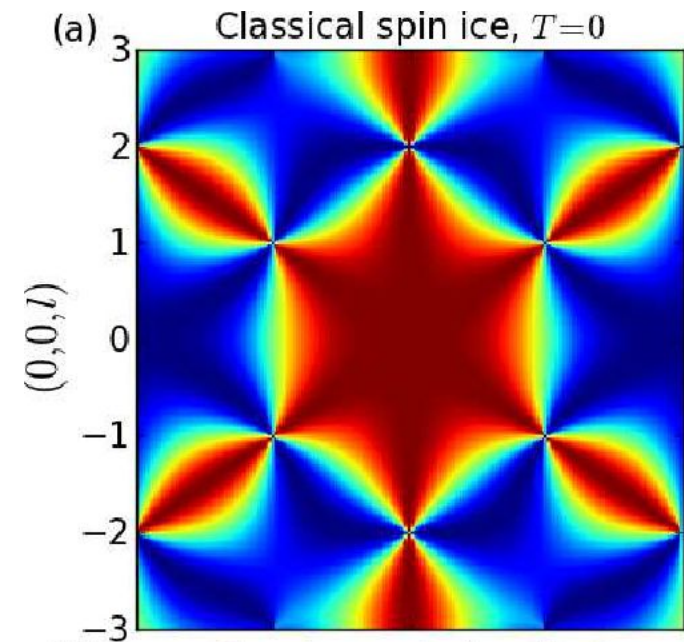
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \longrightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$$



Water ice

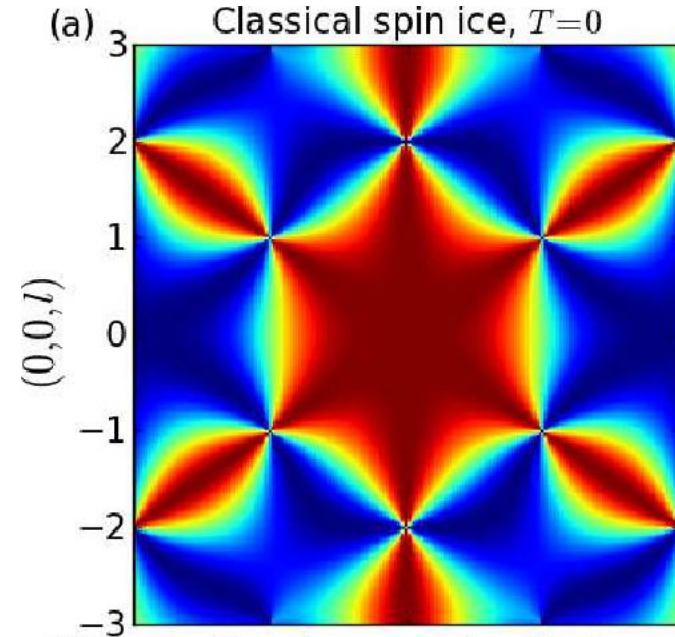


Spin ice



Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

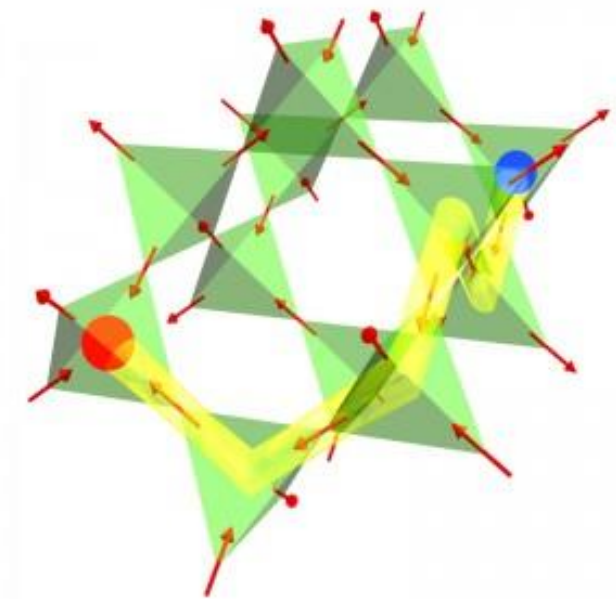
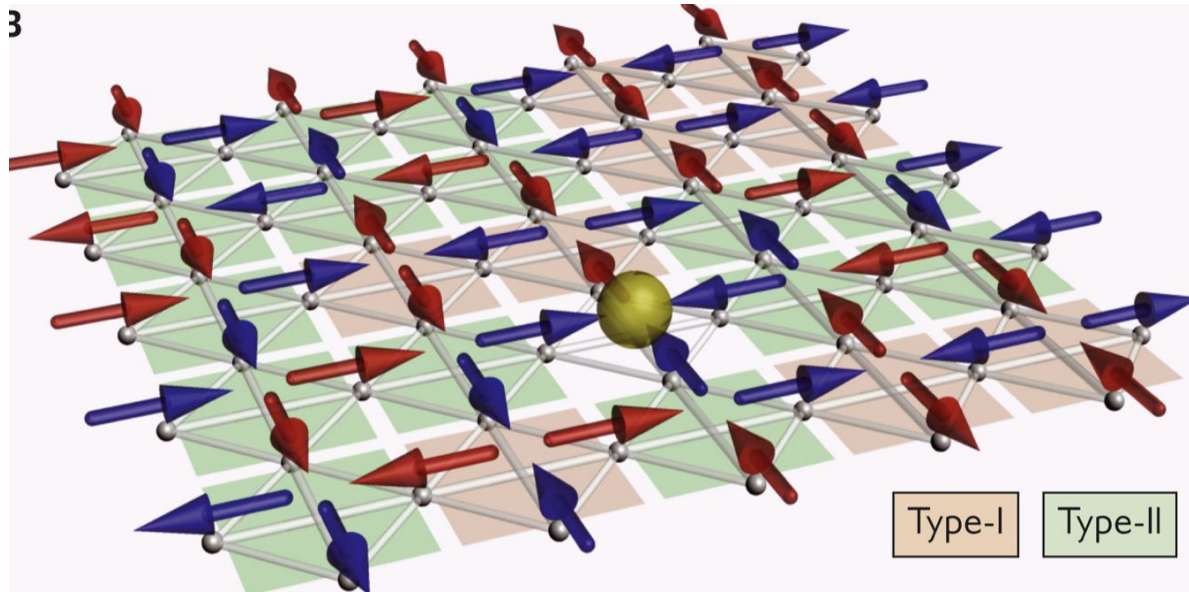
$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r}) &= 0 \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{P}(\mathbf{k}) &= 0\end{aligned}$$



$$\langle P_\mu(-\mathbf{k}) P_\nu(\mathbf{k}) \rangle = \frac{1}{\kappa} \left( \delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{|\mathbf{k}|^2} \right) \longrightarrow \langle P_\mu(0) P_\nu(\mathbf{r}) \rangle = \frac{4\pi}{\kappa} \left[ \delta_{\mathbf{r}} - \frac{1}{r^3} (\delta_{\mu\nu} - 3\hat{r}_\mu \hat{r}_\nu) \right]$$

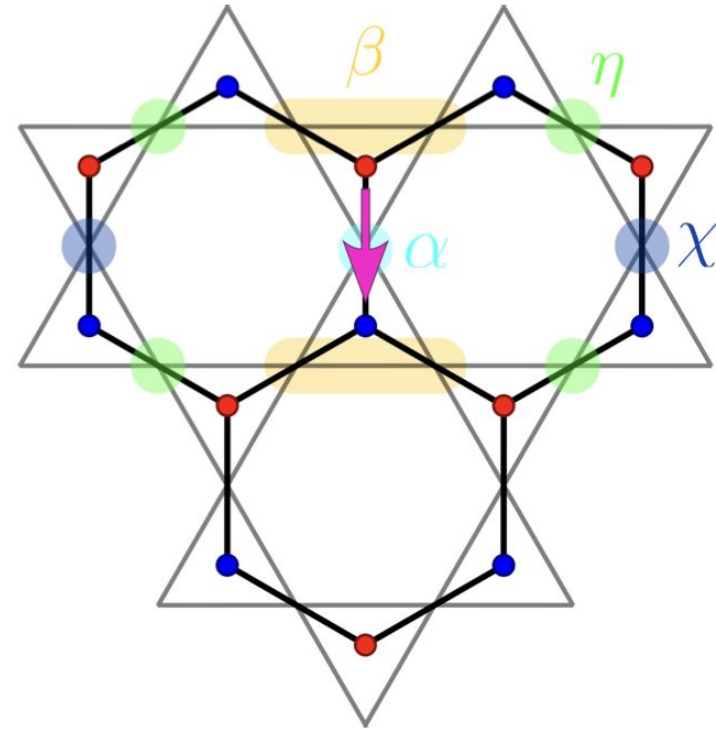
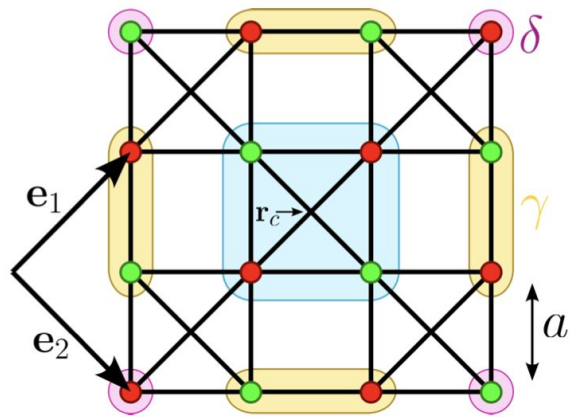
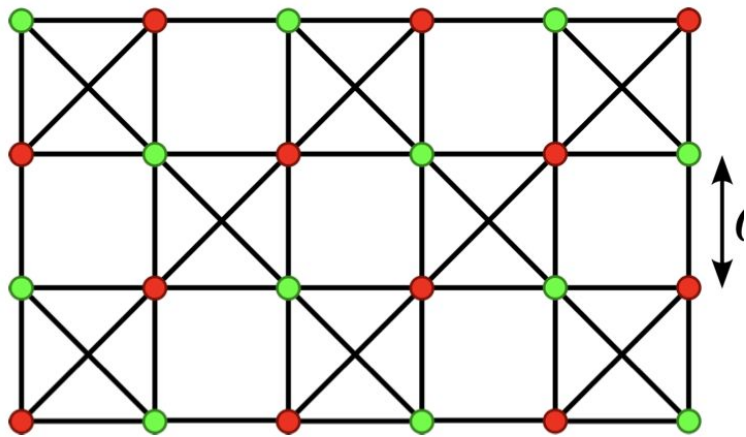
## Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Los compuestos de tipo “spin ice”:  
Ley de Gauss y Monopolos  
magnéticos (Castelnovo, Moessner,  
Sondhi, 2007)



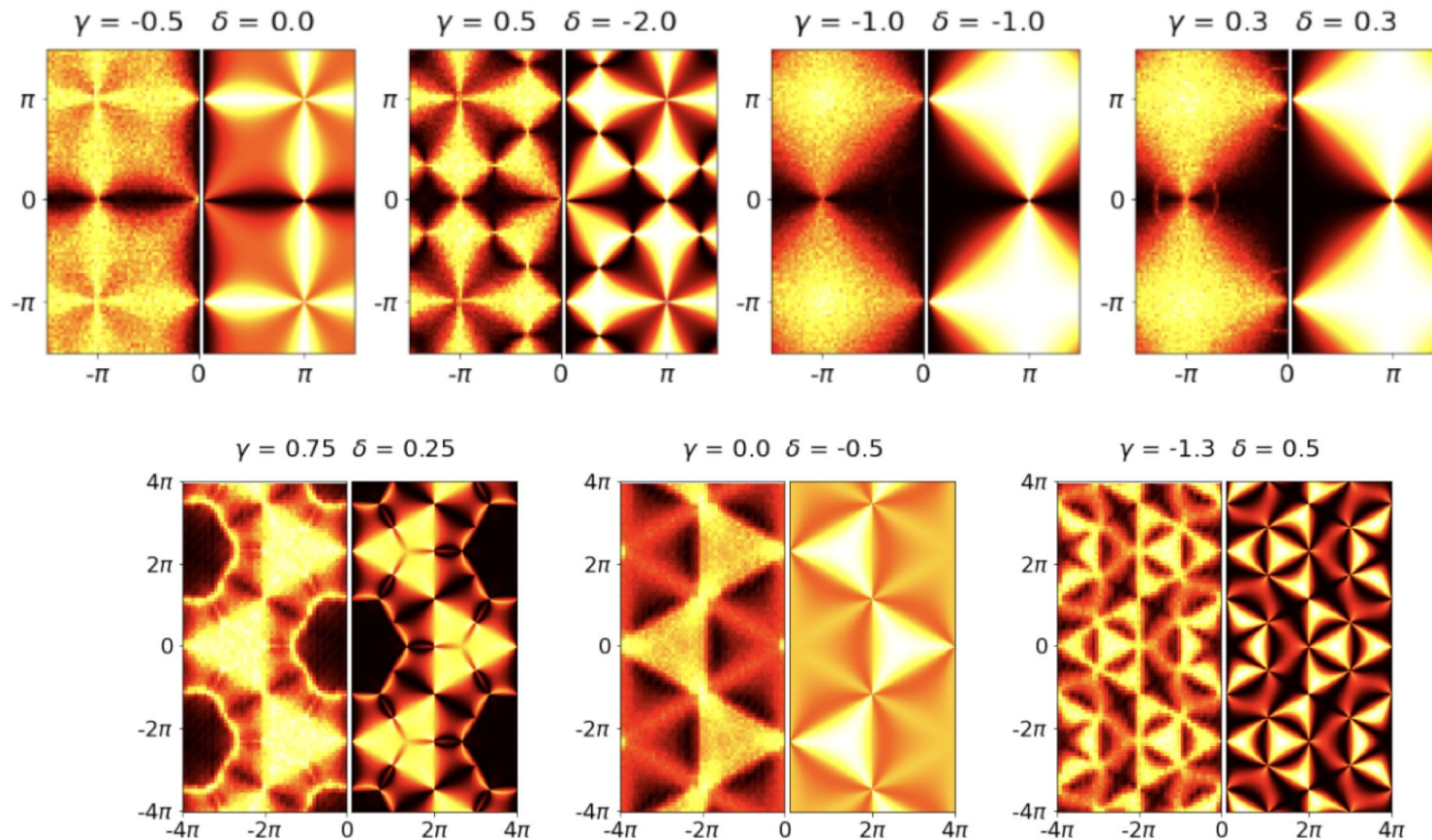
# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

## Varias familias de líquidos de espines



# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Varias familias de líquidos de espines  $\rightarrow$  a veces no se ordena

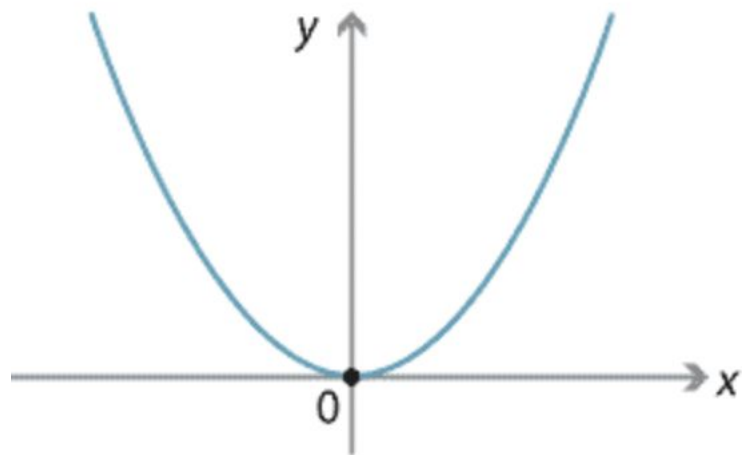


Con N. Davier, F. Gómez-Albarracín y D. Rosales



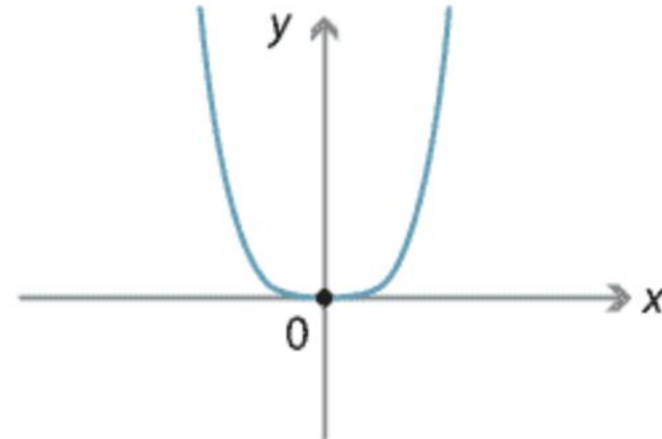
Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

Varias familias de líquidos de espines → a veces hay “Orden por Desorden” (Villain et al. 1980)



Graph of  $f(x) = x^2$ .

VS



Graph of  $f(x) = x^4$ .

Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

$$H \approx H_0 + H_{fluc} \approx H_0 + \sum_q \psi_q^\dagger A_q \psi_q$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln(Z) \sim \frac{k_B T}{2} \sum_q \ln \det A_q$$

**Parametrización de las fluctuaciones del estado fundamental**

Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

$$H \approx H_0 + H_{fluc} \approx H_0 + \sum_q \lambda_q \epsilon_q^2 + \sum_k \lambda_k \tilde{\epsilon}_k^4$$

$$F = -\frac{1}{\beta} \ln(Z) = k_B T \left( \frac{N_q}{2} + \frac{N_k}{4} \right)$$

En algunos casos el **orden cuadrático es nulo** y es necesario ir a un **orden superior**

Los estados con más autovalores  $\lambda_q = 0$  nulos (**modos soft o zero**) tienen menor  $F$

# Cuando el sistema no se ordena; líquidos de espines

## Ejemplo: kagome y las configuraciones planares

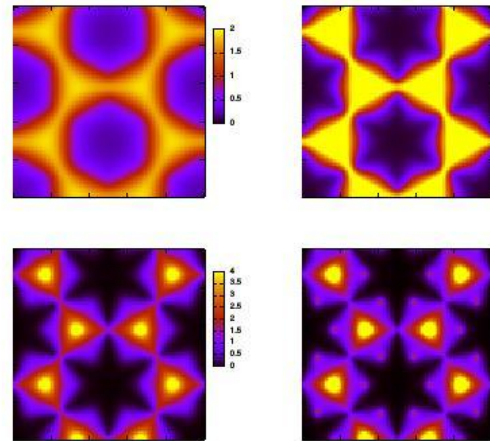
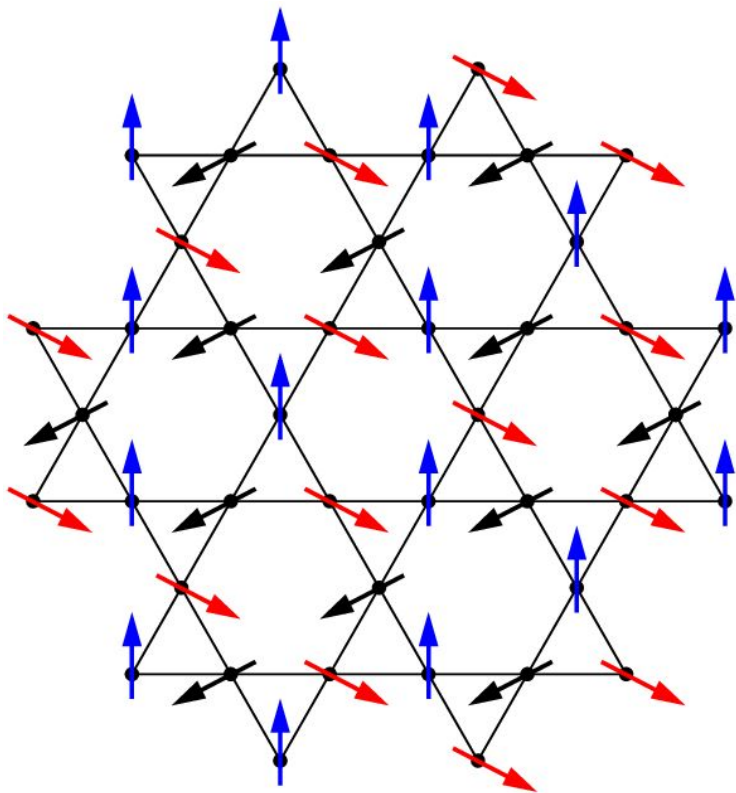


FIG. 10: (Color online) Magnetic structure factor of the kagome antiferromagnet in different temperature regimes. Region in the momentum space corresponds to  $0 \leq q_x, y \leq 8\pi$ . Temperatures from left to right and from top to bottom are  $T/J = 0.5, 0.1, 0.02$ , and  $0.005$ . The intensity scales differ by a factor of 2 between the rows.

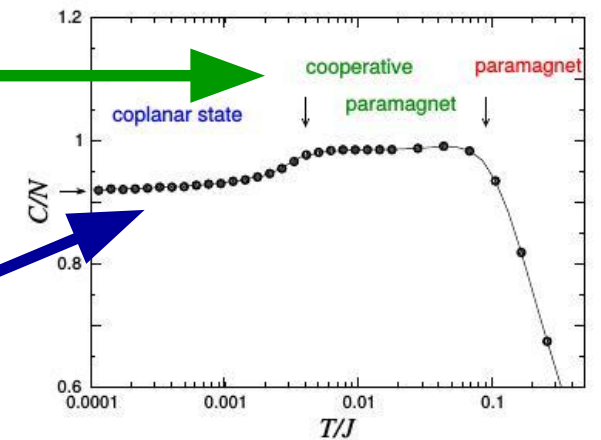


FIG. 3: (Color online) Temperature dependence of the specific heat for a kagome lattice cluster with  $L = 36$ . The horizontal arrow denotes the value  $C/N = \frac{11}{12}$ , the two vertical arrows indicate boundaries between three different regimes.

## comentarios finales

- ~1940-50: descripción de Ginzburg-Landau de los estados mas conocidos de la materia y de las transiciones Orden FERRO, AF
- ~1970-?: Estados de bajas temperaturas exóticos Skyrmions, líquidos de espines, etc
- Y el rol de las fluctuaciones cuánticas es un tema aún mas complejo y rico Estados topológicos de la materia
- Y no se habló de los problemas de dinámica :
  - Estados fuera de equilibrio, vidrios
  - Sistemas dinámicos sin energía libre la complejidad emerge exclusivamente de la dinámica