

# Propagación de Ondas Gravitacionales en la Teoría Generalizada de Proca $SU(2)$

---

Propuesta de Trabajo de Investigación

Autor: Angie Milena Sánchez Méndez

Director Jose F. Rodríguez

Codirector: Yeinzon Rodríguez



# Contenido

01

Introducción

02

Motivación

03

Marco Teórico

04

Objetivos


05

Metodología

06

Cronograma de  
actividades





01 ▶▶▶▶▶

# Introducción

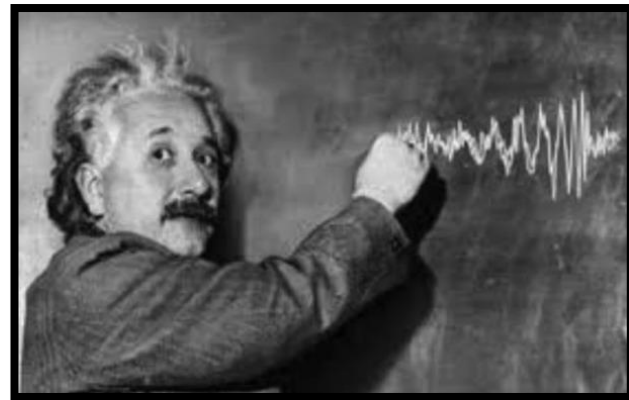




# Introducción

La teoría de Relatividad General (RG):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad \text{Einstein, Albert (1915).}$$



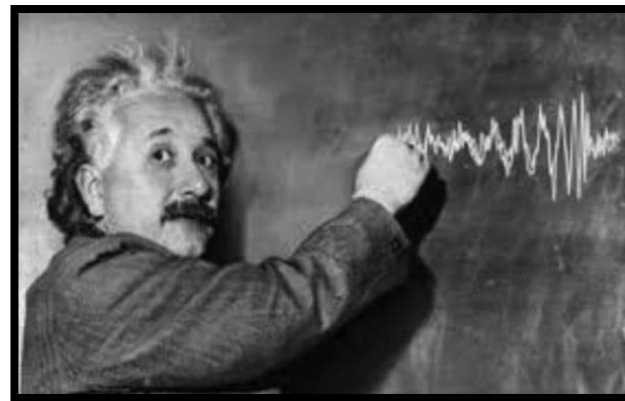


# Introducción

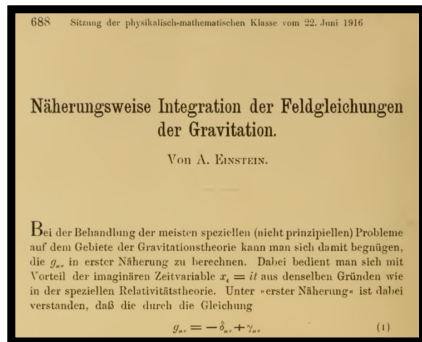
La teoría de Relatividad General (RG):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

Einstein, Albert (1915).



se deriva:

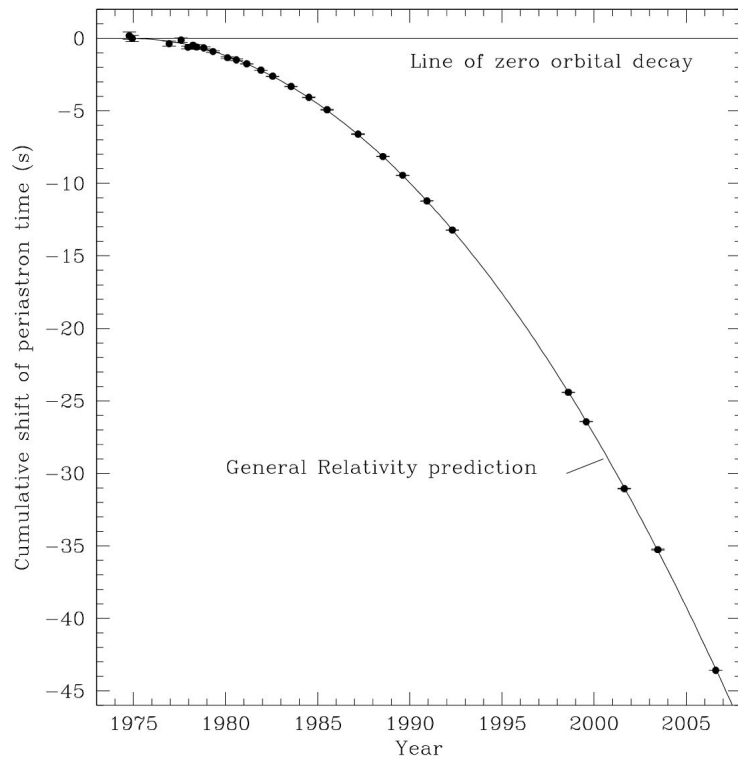


*“De esto se deduce que los campos gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz.”*

Einstein, Albert. “Über gravitationswellen.” *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* (1918).

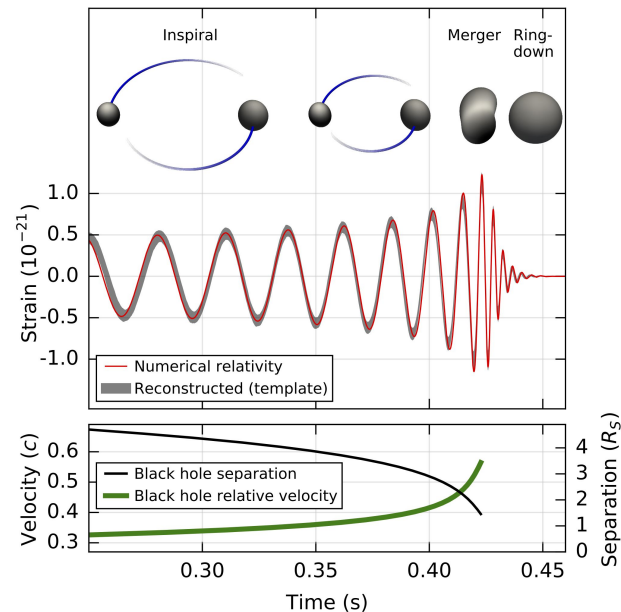
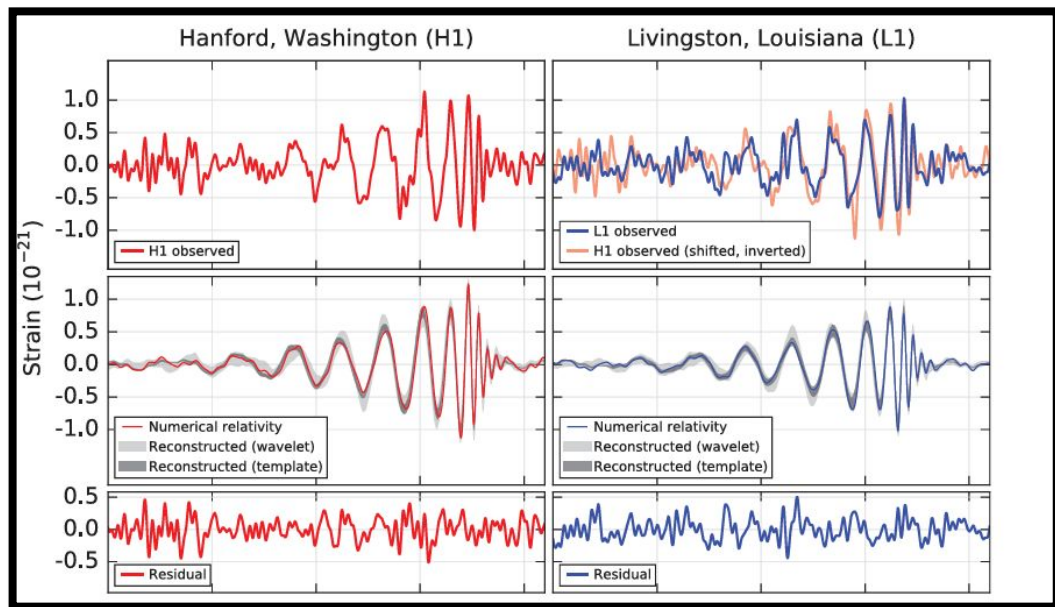


# Introducción: Primera observación indirecta de OG



(Hulse and Taylor, 1957)

# Introducción: Primera observación directa de OG



Abbott, Benjamin P., et al. "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger." *Physical review letters* 116.6 (2016): 061102.

# Introducción: Más de 90 observaciones hasta la fecha

## GWTC-3: Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo during the Second Part of the Third Observing Run

R. Abbott,<sup>1</sup> T. D. Abbott,<sup>2</sup> F. Acernese,<sup>3,4</sup> K. Ackley,<sup>5</sup> C. Adams,<sup>6</sup> N. Adhikari,<sup>7</sup> R. X. Adhikari,<sup>1</sup> V. B. Adya,<sup>8</sup> C. Affeldt,<sup>9,10</sup> D. Agarwal,<sup>11</sup> M. Agathos,<sup>12,13</sup> K. Agatsuma,<sup>14</sup> N. Aggarwal,<sup>15</sup> O. D. Aguiar,<sup>16</sup> L. Aiello,<sup>17</sup> A. Ain,<sup>18</sup> P. Ajith,<sup>19</sup> S. Akcay,<sup>13,20</sup> T. Akutsu,<sup>21,22</sup> S. Albanesi,<sup>23</sup> A. Allocca,<sup>24,4</sup> P. A. Altin,<sup>8</sup> A. Amato,<sup>25</sup> C. Anand,<sup>5</sup> S. Anand,<sup>1</sup> A. Ananyeva,<sup>1</sup> S. B. Anderson,<sup>1</sup> W. G. Anderson,<sup>7</sup> M. Ando,<sup>26,27</sup> T. Andrade,<sup>28</sup> N. Andres,<sup>29</sup> T. Andrić,<sup>30</sup> S. V. Angelova,<sup>31</sup> S. Ansoldi,<sup>32,33</sup> J. M. Antelis,<sup>34</sup> S. Antier,<sup>35</sup> S. Appert,<sup>1</sup> Koji Arai,<sup>1</sup> Koya Arai,<sup>36</sup> Y. Arai,<sup>36</sup> S. Araki,<sup>37</sup> A. Araya,<sup>38</sup> M. C. Araya,<sup>1</sup> J. S. Areeda,<sup>39</sup> M. Arène,<sup>35</sup> N. Armitani,<sup>26</sup> N. Arnaud,<sup>40,41</sup> M. Arogeti,<sup>42</sup> S. M. Aronson,<sup>2</sup> K. G. Arun,<sup>43</sup> H. Asada,<sup>44</sup> Y. Asali,<sup>45</sup> G. Ashton,<sup>5</sup> Y. Aso,<sup>46,47</sup> M. Assiduo,<sup>48,49</sup> S. M. Aston,<sup>6</sup> P. Astone,<sup>50</sup> F. Aubin,<sup>29</sup> C. Austin,<sup>2</sup> S. Babak,<sup>35</sup> F. Badaracco,<sup>51</sup> M. K. M. Bader,<sup>52</sup> C. Badger,<sup>53</sup> S. Bae,<sup>54</sup> Y. Bae,<sup>55</sup> A. M. Baer,<sup>56</sup> S. Bagnasco,<sup>23</sup> Y. Bai,<sup>1</sup> L. Baiotti,<sup>57</sup> J. Baird,<sup>35</sup> R. Bajpai,<sup>58</sup> M. Ball,<sup>59</sup> G. Ballardín,<sup>41</sup> S. W. Ballmer,<sup>60</sup> A. Balsamo,<sup>56</sup> G. Baltus,<sup>61</sup> S. Banagiri,<sup>62</sup> D. Bankar,<sup>11</sup> J. C. Barayoga,<sup>1</sup> C. Barbieri,<sup>63,64,65</sup> B. C. Barish,<sup>1</sup> D. Barker,<sup>66</sup> P. Barneo,<sup>67,4</sup> B. Barr,<sup>68</sup> L. Barsotti,<sup>61</sup> M. Barsuglia,<sup>35</sup> D. Barta,<sup>70</sup> J. Bartlett,<sup>66</sup> M. A. Barton,<sup>68,21</sup> I. Bartos,<sup>71</sup> R. Bassiri,<sup>72</sup> A. Basti,<sup>73,18</sup> M. Bawaj,<sup>74,75</sup> J. C. Bayley,<sup>68</sup> A. C. Baylor,<sup>7</sup> M. Bazzan,<sup>76,77</sup> B. Bécsy,<sup>78</sup> V. M. Bedakihalé,<sup>79</sup> M. Bejger,<sup>80</sup> I. Belahcene,<sup>40</sup> V. Benedetto,<sup>81</sup> D. Beniwal,<sup>82</sup> T. F. Bennett,<sup>83</sup> J. D. Bentley,<sup>14</sup> M. BenYaala,<sup>31</sup> F. Bergamin,<sup>9,10</sup> B. K. Berger,<sup>72</sup> S. Bernuzzi,<sup>13</sup> C. P. L. Berry,<sup>15,68</sup> D. Bersanetti,<sup>84</sup> A. Bertolini,<sup>52</sup> J. Betzwieser,<sup>6</sup> D. Beveridge,<sup>85</sup> R. Bhandare,<sup>86</sup> U. Bhardwaj,<sup>87,52</sup> D. Bhattacharjee,<sup>88</sup> S. Bhaumik,<sup>71</sup> I. A. Bilenko,<sup>89</sup> G. Billingsley,<sup>1</sup> S. Bini,<sup>90,91</sup> R. Birney,<sup>92</sup> O. Birnholtz,<sup>93</sup> S. Biscans,<sup>1,69</sup> M. Bischl,<sup>48,49</sup> S. Biscoveanu,<sup>69</sup> A. Bisht,<sup>9,10</sup> B. Biswas,<sup>11</sup> M. Bitossi,<sup>41,18</sup> M.-A. Bizouard,<sup>94</sup> J. K. Blackburn,<sup>1</sup> C. D. Blair,<sup>85,6</sup> D. G. Blair,<sup>85,6</sup> R. M. Blair,<sup>6</sup> F. Bobba,<sup>95,96</sup> N. Bode,<sup>9,10</sup> M. Boer,<sup>94</sup> C. Boer,<sup>94</sup> M. Boldrin,<sup>97,50</sup> L. D. Bonavita,<sup>76</sup> E. Bondi,<sup>98</sup> E. Bonilla,<sup>72</sup> R. Bonnand,<sup>29</sup>

23 Oct 2023

SID	Event	GCN	Follow-up publications
S190408san	GW190408_181802	[430]	[437–437]
S190412m	GW190412	[438]	[437–451, 453, 455–457, 459–461]
	GW190413_052954		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
	GW190413_134308		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190421ar	GW190421_213856	[462]	[437–449, 451, 453, 455–457, 459]
	GW190424_180648		[437, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190425z	GW190425	[463]	[437–449, 451–453, 455–457, 459–461, 464–472]
S190426c	GW190426_152155	[473]	[437, 439–449, 451–453, 455–457, 459–461, 463–470, 474–477]
S190503bf	GW190503_185404	[478]	[437–444, 446, 448–451, 453, 455, 457, 459]
S190516g	GW190516	[479]	[440, 443, 444, 447, 449, 451, 455, 456, 460, 461, 466, 467, 474, 480, 481]
S190512at	GW190512_180714	[483]	[437–441, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459, 483–483]
S190513bm	GW190513_205428	[486]	[437–441, 443–449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190514_065416		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190517h	GW190517_055101	[487]	[437–444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190518bb	GW190518	[488]	
S190519b	GW190519_153544	[489]	[437–439, 441–443, 446, 448, 451, 453, 457, 459]
S190521g	GW190521	[490]	[437–449, 451, 453–455, 457, 459, 491, 492]
S190521r	GW190521_074359	[493]	[437–449, 451, 453, 455–457, 459]
S190524g	GW190524	[494]	
	GW190527_092055		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190620aq	GW190620_175927	[495]	[437–444, 446, 448, 449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190620_030421		[437–439, 441, 446, 448, 453, 457, 459]
S190630ag	GW190630_185205	[496]	[437–439, 441–443, 446, 448, 451, 453, 457, 459]
S190701ah	GW190701_203306	[497]	[437–440, 442–444, 446, 448, 449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190706ai	GW190706_222641	[498]	[437–440, 442–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190707q	GW190707_063326	[499]	[437–440, 442–444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
	GW190708_232457		[440, 443, 444, 447, 449, 451, 455, 460, 461]
S190718y	GW190719_215514	[500]	[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
S190720a	GW190720_000836	[501]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455–457, 459]
S190727h	GW190727_060333	[502]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455, 457, 459]
S190728q	GW190728_064510	[503]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455–457, 460, 483, 484, 504]
	GW190731_140936		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
	GW190803_022701		[437–439, 446, 448, 453, 457, 459]
S190808ae	GW190808	[505]	[460]
S190814lv	GW190814	[506]	[438–440, 443–448, 451, 453, 455, 456, 459–461, 470, 507–518]
S190816g	GW190816	[519]	
S190825e	GW190825	[520]	[460, 461]
S190828j	GW190828_063405	[521]	[437–441, 443–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190828l	GW190828_065509	[522]	[437–440, 443, 444, 446–449, 451, 453, 455–457, 460, 483, 484, 504]
S190829u	GW190829	[523]	
S190901ap	GW190901	[524]	[440, 443, 444, 447, 451, 454–456, 466, 468, 470, 510]
	GW190909_114149		[437, 446, 448, 453, 455]
S190910d	GW190910	[525]	[440, 443, 444, 447, 451, 455, 457, 468, 470]
S190910h	GW190910	[526]	[440, 443, 444, 451, 455, 457, 468, 510]
	GW190910_112807		[437, 439, 446, 453]
S190915ak	GW190915_235702	[527]	[437, 440, 443–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190923y	GW190923	[528]	[440, 443, 444, 447, 451, 454–456, 468, 470]
S190924h	GW190924_021846	[529]	[437–440, 443, 444, 446–448, 451, 453, 455, 457, 459]
S190928e	GW190928	[530]	
	GW190929_012149		[437–439, 446, 453, 455]
S190930v	GW190930_133541	[531]	[437–440, 443–448, 451, 453, 455, 456, 459]
S190930t	GW190930	[532]	[440, 443, 444, 447, 451, 453–456, 460, 470]





02 ▶▶▶▶▶

# Motivación



Motivación:

¿Por qué estudiar la propagación de ondas gravitacionales en una teoría modificada de la gravedad?



# Motivación:

1. Las ondas gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz;
2. Las teorías métricas de la gravedad, a excepción de RG, pueden tener hasta 6 modos de polarización;
3. La teoría de RG no predice el fenómeno de Birrefringencia.

- Eardley, Douglas M., et al. Phys Rev (1973)
- Will, Clifford M. Theory and experiment in gravitational physics. Cambridge university press (2018).

1. Ya se comprobó experimentalmente en un fondo de FLRW.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

2. No es descartable hasta el momento.

3. Serviría como muestra de la necesidad de modificar la teoría de RG.

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2020).



# Motivación:

La 1. Ya se comprobó experimentalmente.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

Algunas teorías de Horndeski y más allá de Horndeski quedaron desfavorecidas ante esta observación.

	$c_g = c$	$c_g \neq c$
Horndeski	General Relativity quintessence/k-essence [47] Brans-Dicke/ $f(R)$ [48, 49] Kinetic Gravity Braiding [51]	quartic/quintic Galileons [13, 14] Fab Four [15] de Sitter Horndeski [50] $G_{\mu\nu}\phi^\mu\phi^\nu$ [5], $f(\phi)$ -Gauss-Bonnet [53]
beyond H.	Derivative Conformal (19) [17] Disformal Tuning (21) quadratic DHOST with $A_1 = 0$	quartic/quintic GLPV [18] quadratic DHOST [20] with $A_1 \neq 0$ cubic DHOST [23]
	Viable after GW170817	Non-viable after GW170817

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2017).



# Motivación:

La 1. Ya se comprobó experimentalmente.

- Abbot, Benjamin P., et al. Physl rev, GW170817, (2017).

Algunas teorías de Horndeski y más allá de Horndeski quedaron desfavorecidas ante esta observación.

	$c_g = c$	$c_g \neq c$
Horndeski	General Relativity quintessence/k-essence [47] Brans-Dicke/ $f(R)$ [48, 49] Kinetic Gravity Braiding [51]	quartic/quintic Galileons [13, 14] Fab Four [15] de Sitter Horndeski [50] $G_{\mu\nu}\phi^\mu\phi^\nu$ [5], $f(\phi)$ -Gauss-Bonnet [53]
beyond H.	Derivative Conformal (19) [17] Disformal Tuning (21) quadratic DHOST with $A_1 = 0$	quartic/quintic GLPV [18] quadratic DHOST [20] with $A_1 \neq 0$ cubic DHOST [23]
	Viable after GW170817	Non-viable after GW170817

- Ezquiaga, J. M., & Zumalacárregui, M. (2017).



¡Queremos poner a prueba la teoría Generalizada de Proca SU(2)!



03 ▶▶▶▶▶

# Marco Teórico



# Marco Teórico: Preliminar

Partimos de las ecuaciones de campo de RG:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad \Rightarrow$$

La teoría es invariante bajo difeomorfismos generales



$$x^\mu \rightarrow x'^\mu(x).$$

De esto se demuestra que las componentes de la métrica transforman como:

$$g_{\mu\nu}(x) \rightarrow g'_{\mu\nu}(x') = \frac{\partial x^\rho}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\sigma}{\partial x'^\nu} g_{\rho\sigma}(x)$$

# Marco Teórico: Formulación Linealizada de la Gravedad

En la aproximación de campo débil,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1,$$

bajo una transformación de gauge

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \zeta^\mu(x),$$

vemos que


$$h_{\mu\nu}(x) \rightarrow h'_{\mu\nu}(x') = h_{\mu\nu}(x) - (\partial_\mu \zeta_\nu + \partial_\nu \zeta_\mu),$$

donde  $|\partial_\mu \zeta_\nu|$  sea como máximo de igual orden que  $|h_{\mu\nu}|$ .



# Marco Teórico: Formulación Linealizada de la Gravedad

El tensor de Riemann lineal en  $h_{\mu\nu}$ :

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2} (\partial_\nu \partial_\rho h_{\mu\sigma} + \partial_\mu \partial_\sigma h_{\nu\rho} - \partial_\mu \partial_\rho h_{\nu\sigma} - \partial_\nu \partial_\sigma h_{\mu\rho}).$$


es invariante ante transformaciones de gauge.

De modo que las ecuaciones de campo linealizadas adoptan la forma

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu} \partial^\rho \partial^\sigma \bar{h}_{\rho\sigma} - \partial^\rho \partial_\nu \bar{h}_{\mu\rho} - \partial^\rho \partial_\mu \bar{h}_{\nu\rho} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad \text{donde} \quad h_{\mu\nu} = \bar{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \bar{h}.$$

$$\text{Al imponer el gauge de Lorentz, } \partial^\nu \bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad \Rightarrow \quad \square \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

# Marco Teórico: Propagación de OG en el vacío

En el vacío, la ecuación de onda corresponde a

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0,$$

cuya solución se puede expresar como una superposición de ondas planas. Además, al imponer una condición adicional (gauge TT)

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu + \zeta^\mu(x) \quad \Rightarrow \quad \square \zeta_\mu = 0,$$

se tiene que

$$h^{0\mu} = 0, \quad h^i_i = 0, \quad \partial^j h_{ij} = 0.$$

De esta manera, la solución se expresa como

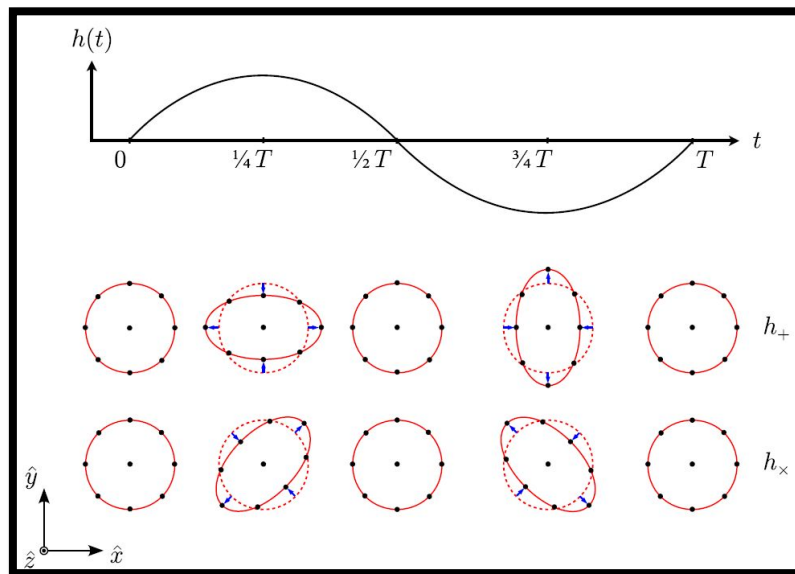
$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, z) = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{ij} \cos[\omega(t - z/c)].$$

# Marco Teórico: Modos de Propagación de OG

Bajo estas condiciones, considere una onda propagándose en la dirección  $z$

$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, z) = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{ij} \cos[\omega(t - z/c)].$$

¿Por qué sabemos que son dos modos de polarización?



# Marco Teórico: Modos de Propagación de OG

Suponiendo que, en general, la perturbación tiene la forma

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(z - V_g t),$$

las componentes del tensor de Riemann linealizado son

$$\mathbf{t-t} \quad \begin{cases} V_g^2 R_{zzzz} = V_g R_{xztz} = R_{xtzt} = -\frac{1}{2} V_g^2 h''_{xx}, \\ V_g^2 R_{zyzy} = V_g R_{yztz} = R_{yztz} = -\frac{1}{2} V_g^2 h''_{yy}, \\ V_g^2 R_{yzzx} = V_g R_{yztz} = V_g R_{xztz} = R_{xtzt} = -\frac{1}{2} V_g^2 h''_{xy}, \end{cases}$$

# Marco Teórico: Modos de Propagación de OG

Las longitudinal-transversal

$$\mathbf{1-t} \quad \begin{cases} R_{ztyt} = V_g R_{zyzt} = -\frac{1}{2} (V_g^2 h''_{yz} + V_g h''_{ty}), \\ R_{ztxx} = V_g R_{zxxt} = -\frac{1}{2} (V_g^2 h''_{xz} + V_g h''_{tx}), \end{cases}$$

y la longitudinal-longitudinal

$$\mathbf{1-1} \quad R_{tztz} = -\frac{1}{2} [V_g^2 h''_{zz} + 2V_g h''_{tz} + h''_{tt}].$$

# Marco Teórico: Modos de Propagación de OG

Ahora bien, si se impone que

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu},$$

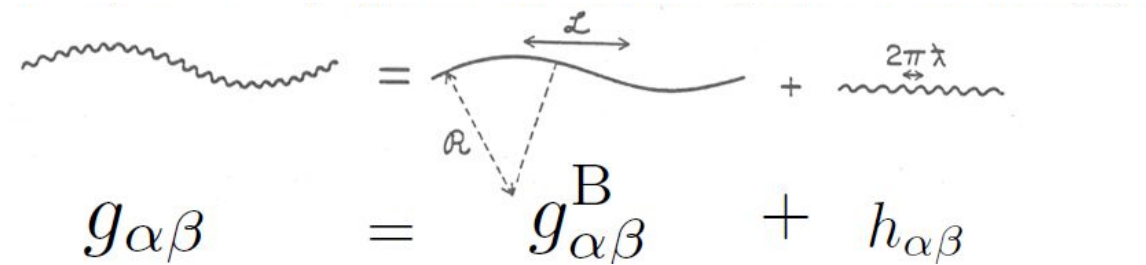
sea solución a las ecuaciones de campo de Einstein en el vacío, las componentes independientes se reducen a

$$\begin{cases} (1 - V_g^2)h_{xx} = 0, \\ (1 - V_g^2)h_{yy} = 0, \\ (1 - V_g^2)h_{xy} = 0, \\ h_{xx} + h_{yy} = 0. \end{cases} \text{ Condición adicional}$$

Obtenemos 2 grados de libertad radiativos

# Marco Teórico: Aproximación Eikonal (WKB)

La condición de óptica geométrica es válida cuando  $\lambda \ll L_B$



Bajo la aproximación eikonal se tiene que:

$$\bar{h}_{\mu\nu}(x) = [A_{\mu\nu}(x) + \varepsilon B_{\mu\nu}(x) + \dots] e^{i\theta(x)/\varepsilon},$$

donde  $\varepsilon$  es del orden de  $\lambda/L$ .

# Marco Teórico: Aproximación Eikonal (WKB)

De la ecuación de propagación

$$\bar{D}^\rho \bar{D}_\rho \bar{h}_{\mu\nu} = 0$$

se obtienen las curvas perpendiculares a las superficies de fase constante

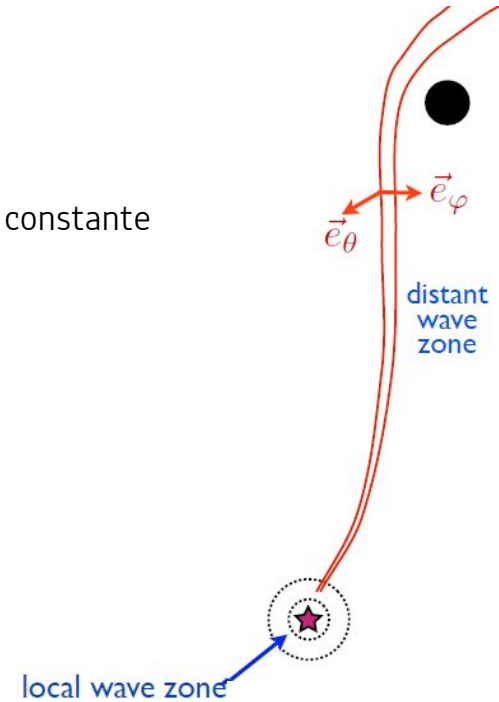
$$k_\alpha k^\alpha = 0,$$

$$\bar{D}_\beta k_\alpha k^\beta = 0$$

donde  $k_\mu \equiv \partial_\mu \theta$ . Adicionalmente, la polarización de estas curvas es perpendicular y transportada paralelamente a ellas:

$$e_{\mu\alpha} k^\alpha = 0$$

$$\bar{D}_\alpha e_{\mu\nu} k^\alpha = 0.$$





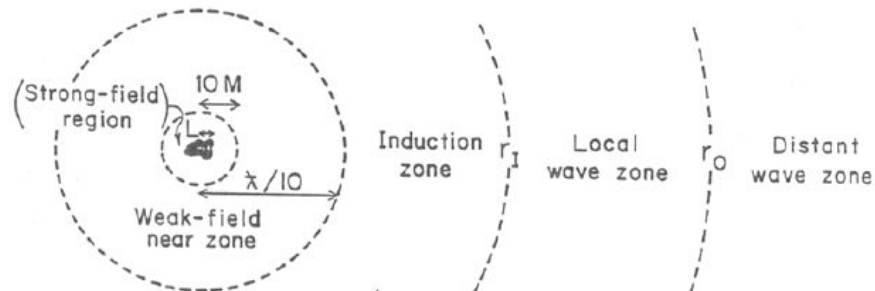
# Marco Teórico: Aproximación Eikonal (WKB)

La amplitud escalar de la onda cumple que

$$k^\mu \partial_\mu \mathcal{A} = -\frac{1}{2} (\bar{D}_\mu k^\mu) \mathcal{A}$$

donde

$$\mathcal{A} = \left( \frac{1}{2} A_{\mu\nu}^* A^{\mu\nu} \right)^{1/2}.$$



La deflexión gravitacional que sufriría un rayo al pasar por un objeto masivo, corresponde a la misma que experimentaría uno electromagnético.

# Marco teórico: ¿Por qué modificar RG?

## Aspectos fenomenológicos:

**1. El problema de la materia oscura:** Materia no visible en el espectro electromagnético en observación de curvas de rotaciones de galaxias, lentes gravitacionales, Bullet Clusters, etc.

**2. El problema de la energía oscura:** Cantidad responsable de la expansión acelerada del universo.

**A3. Tensión de Hubble:** Realizar Desacuerdo entre el valor asociado al parámetro de Hubble obtenido por la colaboración Planck entre CMB y  $\Lambda$ CDM con las observaciones de del universo tardío:

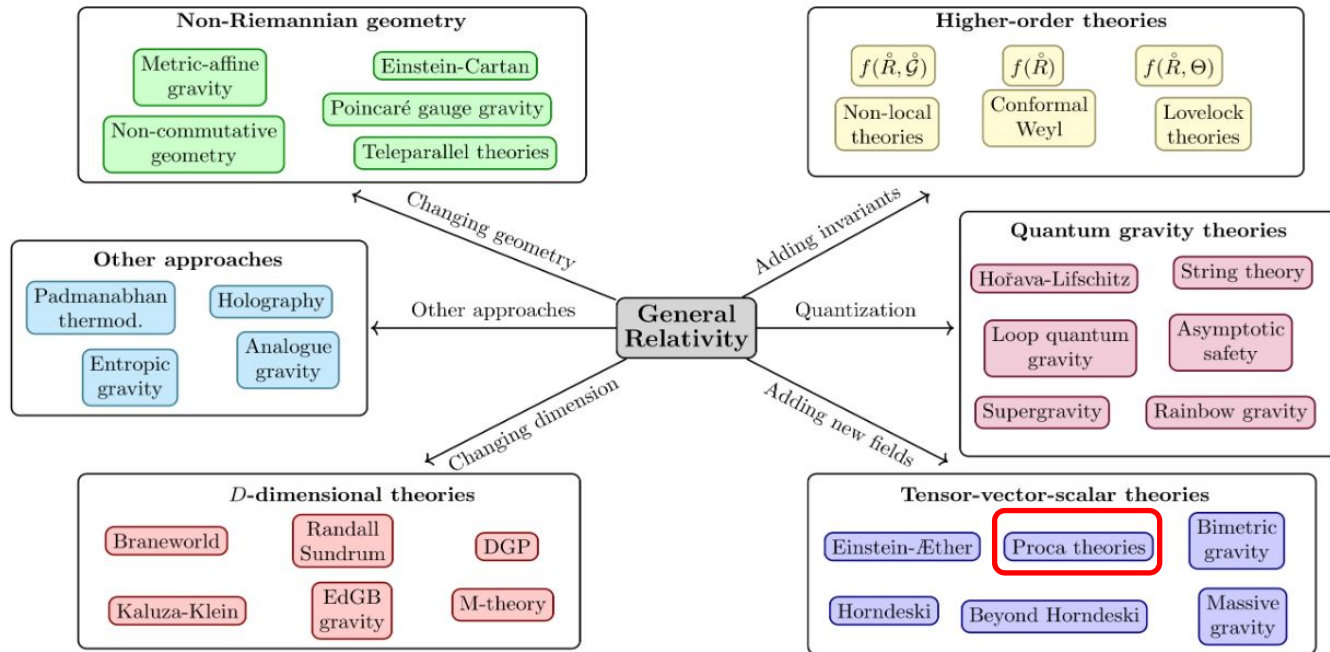
$$H_0 = (67.4 \pm 0.5)\text{km/s/Mpc}, \quad H_0 = (73.52 \pm 1.62)\text{km/s/Mpc}.$$

# Marco teórico: ¿Por qué modificar RG?

## Aspectos Teóricos:

- 1. Singularidades:** La teoría de Relatividad general las predice.
- 2. El problema de la constante cosmológica:** La constante cosmológica  $\Lambda$  que busca describir la materia oscura posee problemas de ajuste fino.
- A3. Problema de renormalizabilidad y unitariedad :** La teoría de RG no es renormalizable perturbativamente.

# Marco teórico: Teorías Modificadas de la Gravedad



# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

La acción que modela el campo gravitacional es invariante frente a difeomorfismos y transformaciones globales del grupo SU(2) que actúan sobre una tríada de campos vectoriales:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_k \mathcal{L}_{4,p}^k \right)$$

# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_i \mathcal{L}_{4,p}^i \right)$$

De manera más explícita se tiene:

$$\mathcal{L}_{E-H} = \frac{1}{16\pi} R,$$

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{16\pi} F_{\mu\nu a} F^{\mu\nu a},$$

$$\mathcal{L}_M = -\frac{1}{8\pi} B_{\mu a} B^{\mu a},$$

donde

$B_{\mu}^a \longrightarrow$  Campos vectoriales asociados al álgebra de Lie del grupo SU(2);

$A_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_{\mu} B_{\nu}^a - \nabla_{\nu} B_{\mu}^a \longrightarrow$  Versión abeliana de  $F^{\mu\nu a}$ ;

$S_{\mu\nu}^a \equiv \nabla_{\mu} B_{\nu}^a + \nabla_{\nu} B_{\mu}^a \longrightarrow$  Versión simétrica de  $A_{\mu\nu}^a$ ;

# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_i \mathcal{L}_{4,p}^i \right)$$

De manera más explícita se tienen los términos que poseen acople mínimo y no violan paridad; es decir, son invariantes ante la transformación  $(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \rightarrow (t, -\mathbf{x}, -\mathbf{y}, -\mathbf{z})$

$$\mathcal{L}_4^1 = -B_\rho^b B_b^\rho S_\nu^{\mu a} S_{\mu a}^\nu - 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\nu^{\mu a} S_\mu^{\nu b} + B_\rho^b B_b^\rho S_\mu^{\nu a} S_{\nu a}^\mu + 2B_{\rho b} B_a^\rho S_\mu^{\nu a} S_\nu^{\mu b},$$

$$\mathcal{L}_4^2 = -B_b^\nu B_a^\sigma A_{\mu\nu}^a S_\sigma^{\mu b} + B_a^\nu B_b^\sigma A_{\mu\nu}^a S_\sigma^{\mu b} + B_a^\mu B_b^\nu A_{\mu\nu}^a S_\sigma^{\sigma b};$$

# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_k \mathcal{L}_{4,p}^k \right)$$

los términos que poseen acople no mínimo

$$\mathcal{L}_4^3 = \frac{3}{4} B_{\rho a} B^{\rho a} B_{\sigma b} B^{\sigma b} R + B_{\alpha a} B^{\mu a} B^{\rho b} B_b R_{\sigma \rho \mu}^{\alpha},$$

$$\mathcal{L}_4^4 = B_{\rho}^b B_b^{\rho} B_{\sigma a} B^{\sigma a} R + 2 B_{\rho b} B_a^{\rho} B_{\sigma}^b B^{\sigma a} R,$$

$$\mathcal{L}_4^5 = B^{\mu a} B_a^{\nu} B_{\rho b} B^{\rho b} G_{\mu \nu},$$

$$\mathcal{L}_4^6 = B^{\mu a} B^{\nu b} B_{\rho b} B_a^{\rho} G_{\mu \nu};$$



# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_i \mathcal{L}_{4,p}^i \right)$$

los que poseen acople mínimo

$$\mathcal{L}_2^1 = B_\mu^a B_a^\mu B_\nu^b B_b^\nu,$$

$$\mathcal{L}_2^2 = B_\mu^a B_b^\mu B_\nu^b B_a^\nu,$$

$$\mathcal{L}_2^3 = B_\mu^b B_{\rho b} A^{\mu\nu a} A_{\nu a}^\rho,$$

$$\mathcal{L}_2^4 = B_\mu^b B_{\rho a} A^{\mu\nu a} A_{\nu b}^\rho,$$

$$\mathcal{L}_2^5 = B_{\mu a} B_\rho^b A^{\mu\nu a} A_{\nu b}^\rho,$$

$$\mathcal{L}_2^6 = B_\rho^b B_b^\rho A_{\mu\nu a} A^{\mu\nu a},$$

$$\mathcal{L}_2^7 = B_\rho^b B_a^\rho A_{\mu\nu b} A^{\mu\nu a};$$

# Marco teórico: Teoría Generalizada de Proca SU(2)

A. G. Cadavid, Y. Rodríguez, and L. G. Gómez, Phys Rev, 2020.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( \mathcal{L}_{EH} + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_M + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \mathcal{L}_4^i + \sum_{i=1}^7 \chi_i \mathcal{L}_2^i + \sum_{k=1}^4 \delta_k \mathcal{L}_{4,p}^k \right)$$

y los términos que violan paridad, i. e., es decir, no son invariantes ante transformaciones del tipo  $(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}, z) \rightarrow (t, -\mathbf{x}, -\mathbf{y}, -z)$ :

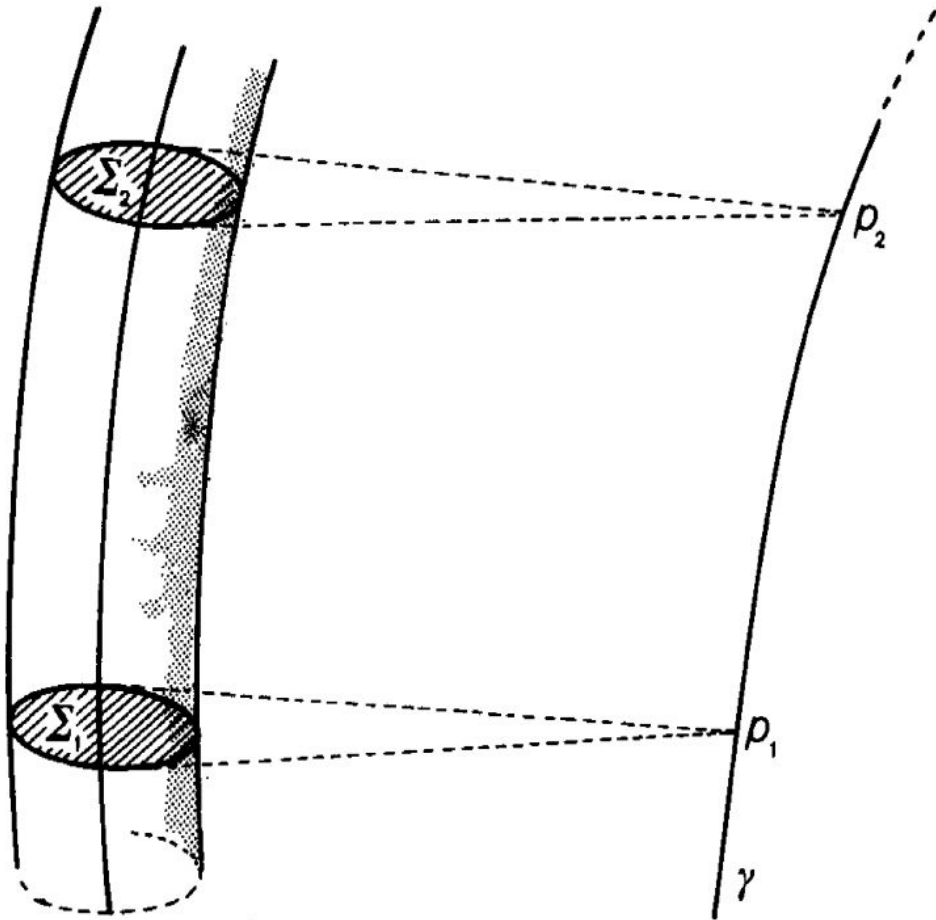
$$\mathcal{L}_{4,p}^1 = B_{\alpha a} B_{\beta b} \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} A_{\mu\nu}{}^a S_{\sigma}{}^{\mu b} - B_{\beta b} B^{\rho a} \tilde{A}_a{}^{\alpha\beta} S_{\rho\alpha}{}^b + B_{\alpha}{}^a B_{\beta}{}^b \tilde{A}{}^{\alpha\beta}{}_a S_{\rho}{}^{\rho b},$$

$$\mathcal{L}_{4,p}^2 = -2A_{\mu\nu}{}^a S_{\sigma}{}^{\mu b} B_{\alpha a} B_{\beta b} \epsilon^{\nu\sigma\alpha\beta} + S_{\mu\nu}{}^a S_{\sigma}{}^{\nu b} B_{\alpha a} B_{\beta b} \epsilon^{\mu\sigma\alpha\beta},$$

$$\mathcal{L}_{4,p}^3 = B_{\alpha}{}^a B_{\beta}{}^b B_{\tau b} B_a{}^{\tau} \epsilon^{\mu\rho\sigma\beta} R_{\sigma\mu\rho}{}^{\alpha},$$

siendo  $\tilde{A}_a{}^{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_{\rho\sigma a}$ .

$$\mathcal{L}_{4,p}^4 = B_{\alpha}{}^a B_{\beta a} B_{\tau b} B^{\tau b} \epsilon^{\mu\rho\sigma\beta} R_{\sigma\mu\rho}{}^{\alpha}.$$



# Formalismo de las tétradas

# Formalismo de Newman-Penrose

El puente entre el tensor métrico y la tétrada puede también ser establecido a través de una tétrada nula compleja. Ambas estrategias están relacionadas, esto debido a que cualquier tétrada ortonormal  $\{\mathbf{e}^{(a)}\}$  define un tétrada nula

$$\{\Omega^{(a)}\} = \{\mathbf{L}, \mathbf{N}, \mathbf{M}, \mathbf{W}\},$$

construida de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}^{(0)} + \mathbf{e}^{(1)}), & \mathbf{N} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}^{(0)} - \mathbf{e}^{(1)}), \\ \mathbf{M} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}^{(2)} + i\mathbf{e}^{(3)}), & \mathbf{W} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}^{(2)} - i\mathbf{e}^{(3)}), \end{aligned}$$

bajo las condiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{L} \cdot \mathbf{L} &= \mathbf{N} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{W} = 0, \\ \mathbf{L} \cdot \mathbf{N} &= -\mathbf{M} \cdot \mathbf{W} = 1, \\ \mathbf{L} \cdot \mathbf{M} &= \mathbf{N} \cdot \mathbf{M} = 0; \end{aligned}$$

tal que

$$\mathcal{G} = \mathbf{L} \otimes \mathbf{N} + \mathbf{N} \otimes \mathbf{L} - \mathbf{M} \otimes \mathbf{W} - \mathbf{W} \otimes \mathbf{M}.$$

# Clasificación E(2)

Se definen 6 amplitudes asociadas a 6 modos de polarización

$$\Psi_2(u) = -\frac{1}{6}R_{z0z0}(u),$$

$$\Psi_3(u) = -\frac{1}{2}R_{x0z0} + \frac{1}{2}iR_{y0z0},$$

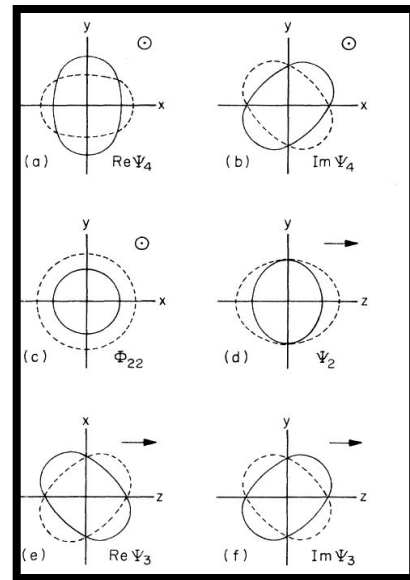
$$\Psi_4(u) = -R_{x0x0} + R_{y0y0} + 2iR_{x0y0},$$

$$\Phi_{22}(u) = -R_{x0x0} - R_{y0y0}.$$

Cada amplitud tiene sus helicidades asociadas

$$\Psi_2(u) \quad (s = 0), \quad \Phi_{22}(u) \quad (s = 0),$$

$$\Psi_3(u) \quad (s = \pm 1), \quad \Psi_4(u) \quad (s = \pm 2)$$



Modos de polarización predichos en teorías de gravedad.

- Eardley, Douglas M., et al. Phys Rev (1973)

# Clasificación E(2)

Se definen las clases de ondas gravitacionales en términos de la proyección del tensor de Riemann sobre las tétradas nulas:

*invariant E(2) classes of waves* (Notation is explained in Sec. III):

*Class II<sub>6</sub>.*  $\Psi_2 \neq 0$ . All standard observers measure the same nonzero amplitude in the  $\Psi_2$  mode. (But the presence or absence of all other modes is observer-dependent.)

*Class III<sub>5</sub>.*  $\Psi_2 \equiv 0 \neq \Psi_3$ . All standard observers measure the absence of  $\Psi_2$  and the presence of  $\Psi_3$ . (But the presence or absence of  $\Psi_4$  and  $\Phi_{22}$  is observer-dependent.)

*Class N<sub>3</sub>.*  $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$ ;  $\Psi_4 \neq 0 \neq \Phi_{22}$ . Presence or absence of all modes is independent of observer.

*Class N<sub>2</sub>.*  $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$ ;  $\Psi_4 \neq 0 \equiv \Phi_{22}$ . Independent of observer.

*Class O<sub>1</sub>.*  $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$ ;  $\Psi_4 \equiv 0 \neq \Phi_{22}$ . Independent of observer.

*Class O<sub>0</sub>.*  $\Psi_2 \equiv 0 \equiv \Psi_3$ ;  $\Psi_4 \equiv 0 \equiv \Phi_{22}$ . Independent of observer. All standard observers measure no wave.

- Eardley, Douglas M., et al. Phys Rev (1973)

# Planteamiento del problema

Si bien sabemos que:

1. Las ondas gravitacionales se propagan a la velocidad de la luz ;
2. Las teorías métricas de la gravedad, a excepción de RG, pueden tener hasta 6 modos de polarización;
3. La teoría de RG no predice el fenómeno de Birrefringencia,

entonces

¿Cuáles son los modos de polarización y velocidades de propagación de las ondas gravitacionales en la teoría Generalizada de Proca  $SU(2)$  en un fondo astrofísico y uno cosmológico?  
¿Exhibe birrefringencia esta teoría?

¿Qué tan válida es esta teoría a la luz de estas premisas?



04 ▶▶▶▶▶

# Objetivos





# Objetivo General

Obtener las velocidades propagación, los modos de polarización y posible existencia de birrefringencia de las ondas gravitacionales en la Teoría Generalizada de Proca  $SU(2)$  bajo la aproximación Eikonal.

# Objetivos Específicos:

I Determinar la velocidad de las perturbaciones de la métrica y de los campos vectoriales para un fondo homogéneo e isótropo y un fondo astrofísico.

II Encontrar los grados de libertad radiativos y no radiativos presentes en la teoría generalizada de Proca SU(2).

III Obtener las polarizaciones para 4 lagrangianos:  $\mathcal{L}_4^1$ ,  $\mathcal{L}_4^4$ ,  $\mathcal{L}_2^6$  y  $\mathcal{L}_{4,p}^3$ ; correspondientes a la teoría generalizada de Proca SU(2) según la clasificación de Eardly (D. M. Eardley et. al., Phys Rev, 1973).

IV Determinar si la teoría generalizada de Proca SU(2) exhibe birrefringencia.

# Metodología

- A1.** Encontrar las ecuaciones de campo perturbadas a primer orden en el tensor métrico y los campos vectoriales  $SU(2)$ , de los lagrangianos mencionados en el objetivo específico 1, tanto de manera manual como a través del programa de cálculo simbólico Mathematica-Xact.
- A2.** Encontrar la ecuación que describe la propagación de estas perturbaciones; es decir, de la ecuación en  $A_1$ , y se escogen únicamente los términos con derivadas de orden 2.
- A3.** Realizar la aproximación Eikonal o aproximación Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) para las OG en concordancia con (Maggiore, 2008).
- A4.** Escoger un fondo cosmológico homogéneo e isótropo, métrica de FLRW y para los campos vectoriales  $SU(2)$ : la triada cósmica y configuración puramente espacial.

# Metodología

- A5.** Aplicar el formalismo de Newman–Penrose con el ánimo de obtener la clasificación para los diferentes modos de polarización mencionados en (Will, 2018).
- A6.** Descomponer las perturbaciones en términos de las helicidades de la métrica (Maggiore, 2018).
- A7.** Identificar los grados de libertad radiativos que obedecen a una ecuación diferencial parcial hiperbólica.
- A8.** Aplicar el formalismo de Eardly (Eardly, et. al, 1973) a las ecuaciones encontradas en **A2**.
- A9.** Repetir desde **A4** hasta la **[A10]** para un fondo astrofísico, es decir, uno estacionario y esféricamente simétrico, en donde los campos vectoriales de fondo son dados por el ansatz de t'Hooft–Polyakov (J. N. Martínez, et. Al, 2023).

# Metodología

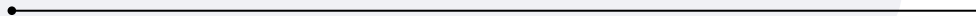
**A10.** Determinar si los valores velocidad de propagación de las polarizaciones encontradas difieren entre sí, de esta manera se determina la existencia o no de birrefringencia.

**A11.** Redactar el proyecto de grado.

**A12.** Realizar un reporte oral sobre los resultados obtenidos en el presente proyecto.



GRACIAS.



# Solución de onda en el gauge TT

$$h_{ij}^{\text{TT}}(x) = e_{ij}(\mathbf{k})e^{ikx}$$

donde

$$k^\mu = (\omega/c, \mathbf{k}) \text{ and } \omega/c = |\mathbf{k}|$$



# Introducción: Primera observación directa de OG

first direct detection of gravitational waves (GW) and first direct observation of a black hole binary			
observed by	LIGO L1, H1	duration from 30 Hz	~ 200 ms
source type	black hole (BH) binary	# cycles from 30 Hz	~10
date	14 Sept 2015	peak GW strain	$1 \times 10^{-21}$
time	09:50:45 UTC	peak displacement of interferometers arms	$\pm 0.002$ fm
likely distance	0.75 to 1.9 Gly 230 to 570 Mpc	frequency/wavelength at peak GW strain	150 Hz, 2000 km
redshift	0.054 to 0.136	peak speed of BHs	~ 0.6 c
signal-to-noise ratio	24	peak GW luminosity	$3.6 \times 10^{31}$ erg s <sup>-1</sup>
false alarm prob.	< 1 in 5 million	radiated GW energy	2.5-3.5 M <sub>⊙</sub>
false alarm rate	< 1 in 200,000 yr	remnant ringdown freq.	~ 250 Hz
Source Masses	M <sub>⊙</sub>	remnant damping time	~ 4 ms
total mass	60 to 70	remnant size, area	180 km, $3.5 \times 10^5$ km <sup>2</sup>
primary BH	32 to 41	consistent with general relativity?	passes all tests performed
secondary BH	25 to 33	graviton mass bound	< $1.2 \times 10^{-22}$ eV
remnant BH	58 to 67	coalescence rate of binary black holes	2 to 400 Gpc <sup>-3</sup> yr <sup>-1</sup>
mass ratio	0.6 to 1	online trigger latency	~ 3 min
primary BH spin	< 0.7	# offline analysis pipelines	5
secondary BH spin	< 0.9	CPU hours consumed	~ 50 million (=20,000 PCs run for 100 days)
remnant BH spin	0.57 to 0.72	papers on Feb 11, 2016	13
signal arrival time delay	arrived in L1 7 ms before H1	# researchers	~1000, 80 institutions in 15 countries
likely sky position	Southern Hemisphere		
likely orientation resolved to	face-on/off ~600 sq. deg.		

Detector noise introduces errors in measurement. Parameter ranges correspond to 90% credible bounds.  
 Acronyms: L1=LIGO Livingston, H1=LIGO Hanford; Gly=giga lightyear= $9.46 \times 10^{17}$  km; Mpc=mega parsec=3.2 million lightyear, Gpc=10<sup>3</sup>Mpc, fm=femtometer= $10^{-15}$  m, M<sub>⊙</sub>=1 solar mass= $2 \times 10^{30}$  kg

Abbott, Benjamin P., et al.  
 "Observation of gravitational waves from a binary black hole merger." *Physical review letters* 116.6 (2016): 061102.

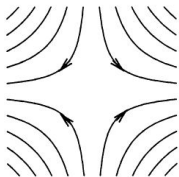
# Marco Teórico: Interacción entre masas y OG

Las OG inducen un movimiento relativo entre marcos inerciales locales a través de la desviación geodésica.

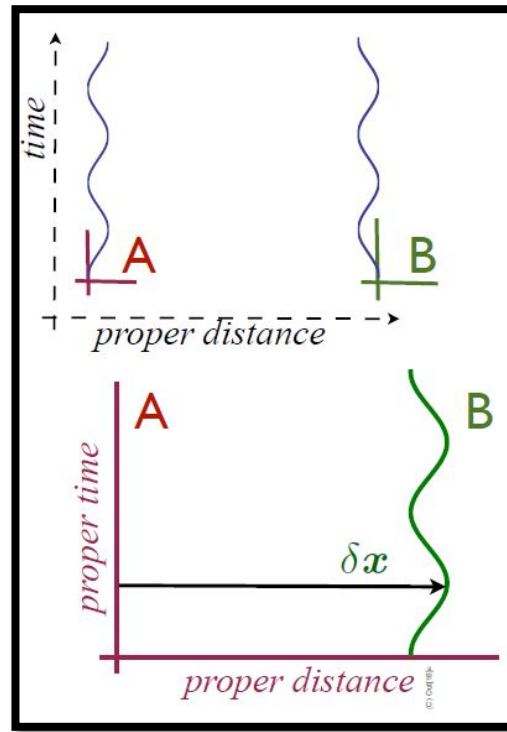
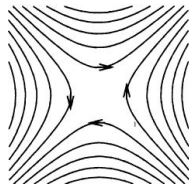
$$R_{i0j0} = -\frac{1}{2c^2} \ddot{h}_{ij}^{\text{TT}}$$

$$\ddot{\xi}^i = \frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}^{\text{TT}} \xi^j$$

Polarización +



Polarización x



# Marco teórico: Teorías Vector-Tensor

Hornsdeski

